



# Modélisation thermomécanique 3D en fraisage

Wadii Yousfi

► **To cite this version:**

Wadii Yousfi. Modélisation thermomécanique 3D en fraisage. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2015. Français. <NNT : 2015BORD0297>. <tel-01263888>

**HAL Id: tel-01263888**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01263888>**

Submitted on 28 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE  
**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

Par Wadii YOUSFI

**MODÉLISATION THERMOMÉCANIQUE 3D EN FRAISAGE**

Sous la direction de : Olivier CAHUC

Soutenue le 1 Décembre 2015

Membres du jury :

M. RUBIO, Walter	Professeur Université Paul Sabatier	Président
M. POULACHON, Gérard	Professeur ENSAM de Cluny	Rapporteur
M. DUDZINSKI, Daniel	Professeur Université de Lorraine	Rapporteur
M. PERRY, Nicolas	Professeur ENSAM de Bordeaux	Examineur
M. CAHUC, Olivier	Professeur Université de Bordeaux	Examineur
M. LAHEURTE, Raynald	Maitre de Conférences Université de Bordeaux	Examineur
M. DARNIS, Philippe	Professeur Université de Bordeaux	Invité
Mme. CALAMAZ, Madalina	Maitre de Conférences ENSAM de Bordeaux	Invitée



# Remerciements

*Ce travail a été effectué au sein du laboratoire **I2M** (Institut de Mécanique et ingénierie de Bordeaux) et plus particulièrement dans le département **MPI** (Matériaux procédés Interactions). Je tiens à remercier vivement **Olivier CAHUC** responsable du département et directeur de ce travail de thèse, pour la confiance, le soutien, l'aide et la patience qu'il m'a accordé durant ces trois années. Je remercie infiniment **Philippe DARNIS**, professeur à l'université de Bordeaux et **Raynald LAHEURTE**, maître de conférences à l'université de Bordeaux pour leurs rigueurs scientifiques et leurs remarques qui ont permis à ce travail d'aboutir. Je remercie infiniment **Madalina CALAMAZ**, maître de conférences à l'ENSAM de Bordeaux pour sa rigueur scientifique et ses remarques. Je vous remercie de m'avoir fait découvrir le monde de l'Usinage.*

*Je remercie **Gérard POULACHON**, professeur à l'ENSAM de Cluny et **Daniel DUDZINSKI**, professeur à l'université de Lorraine d'avoir accepté de rapporter mes travaux de thèse.*

*Je tiens à remercier **Walter RUBIO**, professeur à l'université de Toulouse III et **Nicolas PERRY**, professeur à l'ENSAM de Bordeaux d'avoir accepté d'examiner mon travail de thèse.*

*Je remercie toute l'équipe du département MPI pour l'ambiance de travail exceptionnelle : Jean-Yves, Mehdi, Gaëtan, Christophe, Dimitri... Tous les collègues et amis : Lazhar, Helmi, Ramzi, Jihed, Mayeda, Yessine, Mohamed, Bilel, Fadhel, Quentin, Mathieu, François, Christophe, Gaylord, Jérémy, B. Miled, Mahmoud, Zied, Nejib... Un grand merci à Ali Zghal, Wacef Ben Salem et Khaled Hadj Youssef, pour leurs encouragements depuis mes débuts. Sans oublier Catherine pour l'accueil et les échanges que nous avons pu avoir ainsi que les moments conviviaux que nous avons vécus ensemble*

*Une profonde reconnaissance à ma famille : il me tient à cœur de remercier mes parents Abdallah et Safia qui m'ont soutenu pendant ces années d'études et c'est grâce à leurs sacrifices que j'ai pu concrétiser mes objectifs. Je n'oublie pas de remercier affectueusement ma chère sœur Sawssen et mes adorables frères Safi et Aymanouch !. Je tiens à leur faire part de toute l'estime et la reconnaissance que j'ai pour eux. Je vous souhaite tous le bonheur et la réussite.*

*À ceux que j'aime....*





# *Table de matière*

Remerciements.....	3
Introduction générale.....	9
<b>Chapitre I : Modélisation de la coupe – état de l’art</b>	
1.1. Introduction générale.....	21
1.2. Mise en forme par fraisage.....	21
1.2.1. Paramètres angulaires de l’arête de coupe .....	23
1.2.2. Paramètres cinématiques et géométriques du procédé.....	25
1.2.3. Configurations de coupe .....	25
1.3. Modélisations de la coupe .....	27
1.3.1. Modélisations de la coupe orthogonale.....	28
1.3.2. Modélisations de la coupe oblique.....	29
1.3.3. Modélisations 3D de la coupe, approche I2M .....	30
1.3.2.1. Modélisations analytiques 3D de la coupe .....	32
1.3.2.2. Modélisation 3D par élément finis de la coupe .....	34
1.4. Conclusion.....	37
<b>Chapitre II : Modélisation analytique de l'usinage en configuration de coupe orthogonale</b>	
2.1. Introduction .....	45
2.2. Modélisation de la coupe.....	45
2.2.1. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement primaire .....	45
2.2.1.1 Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement primaire ..	47
2.2.1.2 Température dans la zone de cisaillement primaire .....	49
2.2.2. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement secondaire .....	52
2.2.2.1. Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement secondaire .....	53
2.2.2.2. Détermination de la température .....	56
2.2.3. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement tertiaire (ou de dépouille) .....	58
2.2.3.1. Description de la zone de cisaillement tertiaire.....	59
2.2.3.2. Calcul de déformation et de la vitesse de déformation.....	62

2.2.3.3.	Optimisation de la position du point de stagnation .....	63
2.3.	Validation du modèle .....	64
2.3.1.	Modélisation des actions mécaniques de coupe.....	64
2.3.2.	Corrélation expérimentale.....	68
2.4.	Conclusion.....	73
<b>Chapitre III : Modélisation 3D des champs cinématiques dans la zone de coupe</b>		
3.1	Introduction .....	81
3.2	Cas d'une plaquette à arête droite .....	81
3.2.1.	Paramétrage géométrique et cinématique .....	83
3.2.1.1	Orientations de la plaquette en configuration de fraisage .....	84
3.2.2.	Variation instantanée des composantes de vitesse.....	86
Le paragraphe suivant présente l'évolution des composantes du vecteur vitesse en fonction de l'orientation de la plaquette. ....		
3.2.2.1.	Vecteur vitesse généralisée.....	86
3.2.2.2.	Évolution des composantes de vitesse en fonction de l'orientation de la plaquette	87
3.2.3.	Étude de sensibilité de $V_{corth}$ , $dV_{corth}$ et $V_{z4}$ aux paramètres géométriques.....	92
3.2.3.1.	Sensibilité de $V_{corth}$ et $V_{z4}$ à l'angle d'inclinaison d'arête $\lambda_s$ .....	92
3.2.3.2.	Sensibilité de $V_{c,orth}$ à l'avance par dent $f_z$ et $\kappa_r$ .....	94
3.2.3.3.	Sensibilité de $dV_{corth}$ à la profondeur de passe $a_p$ et $\kappa_r$ .....	95
3.3	Cas d'une plaquette ronde et de la zone du rayon de bec .....	95
3.3.1.	Orientations de la plaquette en configuration de fraisage.....	96
3.3.2.	Variation instantanée des composantes de vitesse.....	96
3.3.2.1.	Vecteur vitesse généralisée.....	96
3.3.2.2.	Évolution des différents composantes de vitesses en fonction de l'orientation de la plaquette .....	97
3.4	Calcul de l'avance instantanée .....	99
3.4.1.	Approche de calcul.....	100
3.4.2.	Résultats et interprétations .....	101
3.5	Conclusion.....	102
<b>Chapitre IV : Modélisation 3D des actions mécaniques de la coupe</b>		
4.1.	Introduction .....	109

4.2.	Description de la cinématique 3D en fraisage.....	110
4.3.	Modélisation volumique des champs de déformations et de vitesses de déformation	111
4.3.1.	Étude de la zone de cisaillement primaire .....	111
4.3.1.1	Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{x}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$ .....	111
4.3.1.2	Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{y}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$ .....	112
4.3.1.3	Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{z}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$ .....	113
4.3.1.4	Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement primaire.....	114
4.3.2.	Étude de la zone de cisaillement secondaire.....	116
4.3.2.1	Description de la modélisation des champs de vitesse.....	116
4.3.2.2	Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement secondaire .....	118
4.4.	Étude de sensibilité.....	119
4.4.1.	Sensibilité à l'angle de coupe $\gamma_0$ .....	119
4.4.2.	Sensibilité à l'angle d'inclinaison d'arête ( $\lambda_s$ ) .....	120
4.4.3.	Sensibilité à l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire $h_{moy}$ .....	120
4.4.4.	Sensibilité à la profondeur de passe ( $a_p$ ) .....	121
4.5.	Calcul des actions et des moments de coupe (cas d'une plaquette à arête droite et d'une plaquette ronde).....	121
4.5.1.	Paramétrage et discrétisation de l'arête de coupe .....	121
4.5.2.	Calcul des déformations et des vitesses de déformation élémentaires.....	123
4.5.3.	Calcul des actions de coupe .....	127
4.6.	Validation expérimentale .....	128
4.7.	Conclusion.....	131
	Conclusion générale et perspectives.....	133



# *Introduction générale*

---



La modélisation du procédé d'usinage par enlèvement de matière présente un axe de recherche scientifique important qui reste toujours d'actualité malgré l'apparition de nouveaux procédés de fabrication mécanique telle que la fabrication additive. Par exemple en usinages la compréhension des phénomènes physiques dans les différentes zones de coupe permet de déterminer les paramètres d'usinage qui optimisent l'opération.

Cette optimisation de ces paramètres doit permettre l'amélioration de la qualité des surfaces générées ainsi que la minimisation de la puissance consommée lors de l'usinage. La modélisation analytique de la coupe présente un grand intérêt industriel. En effet, elle permet la prédiction des résultats d'une opération d'usinage (efforts, moments, température, contraintes résiduelles...) dans un temps réduit sans essais expérimentaux coûteux en termes de temps et de mise en œuvre.

C'est dans ce cadre que se présente ce travail de thèse réalisé au laboratoire I2M de Bordeaux, Département Matériaux Procédés Interactions (MPI). Cette thèse, portant sur la modélisation thermomécanique 3D en fraisage, est une continuité des travaux antérieurs du laboratoire. Les premiers travaux ont porté sur la modélisation du procédé de tournage [Toulouse, 1998a; Laheurte, 2004] en se focalisant sur la modélisation de l'ensemble des composantes du torseur des actions mécaniques et la dépendance de celles-ci à la géométrie de l'outil coupant. Les travaux suivants ont traité du procédé de perçage [Dagnat, 2006] avec un effort particulier sur la prise en compte de la dépendance du modèle de coupe aux fortes variations de l'angle de coupe le long de l'arête d'un foret. La modélisation des phénomènes présents au niveau de la partie de l'âme du foret (partie centrale) a été aussi une approche novatrice dans ce travail. Le travail de cette thèse porte donc sur la transposition de ces résultats au cas du fraisage en prenant en compte les spécificités du procédé. Comme les études précédentes la modélisation portera sur un acier 42CD4 recuit (AISI 4140). Il s'agit d'un matériau largement étudié dans la littérature [Hamann et al, 1996; Toulouse, 1998b; Dagnat, 2006; Germain, 2006].

La connaissance précise de la géométrie est indispensable dans le calcul des actions de coupe. Plusieurs méthodes de description de la géométrie des outils ont été proposées dans le cas de fraisage [Yang et al, 1990; Fontaine, 2004; Larue et al, 2005], dans cette thèse une description fine de l'arête de coupe dans le cas d'un outil à plaquette carbure non revêtu (cylindrique et à arête droite) a été proposée afin de définir la cinématique de la matière sur l'outil dans l'espace. En considérant les paramètres cinématiques du procédé de fraisage, l'estimation de la section du copeau montre qu'elle est variable dans ce cas et que sa géométrie est évolutive au cours de l'usinage. Ceci complexifie l'approche de modélisation de la coupe dans le cas du fraisage par rapport aux autres procédés par enlèvement de



matière (tournage, perçage). Le but final du travail est de réaliser un modèle thermomécanique en configuration de fraisage 3D qui tient compte de la cinématique, de la géométrie de la plaquette et de la position angulaire de celle-ci. Le modèle développé est capable de définir les champs thermomécaniques dans la zone de coupe avec la possibilité de prédire les champs de contraintes résiduelles sur la pièce. Ces derniers constituent un enjeu scientifique et industriel important.

Ce manuscrit comprend 4 chapitres détaillant les étapes de développement qui ont abouti au modèle de coupe 3D.

Une introduction générale et un résumé de l'état de l'art pour poser la problématique et les objectifs à atteindre sont présentés au début du manuscrit. L'approche de la modélisation et la structuration scientifique sont schématisées sur la Figure 1. Une conclusion générale à la fin du manuscrit récapitule les résultats importants des travaux réalisés et des perspectives de développement sont envisagées.

Le premier chapitre présente le fraisage ainsi que l'état de l'art sur les modélisations analytiques de la coupe, par éléments finis. Une description des modèles de coupe en configuration de coupe orthogonale suit. Les récentes modélisations semi-analytiques de coupe en tournage et en fraisage sont présentées. Ces travaux préliminaires développés en configuration 2D pour déterminer les efforts de coupe, sans tenir compte de la cinématique 3D, ne permettent pas la détermination du torseur d'actions complet.

Le deuxième chapitre présente un modèle de coupe orthogonale. Dans chaque zone de coupe, les déplacements, déformations et vitesses de déformation sont déterminés à partir de la trajectoire de la matière. Un élément passant par la zone de cisaillement primaire est supposé suivre une trajectoire hyperbolique. La zone de cisaillement secondaire tient compte de la vitesse de glissement dans la zone de cisaillement primaire et une nouvelle composante de vitesse perpendiculaire à la surface de coupe est considérée. La vitesse de glissement du copeau varie linéairement à l'interface copeau-face de coupe, allant de zéro à la pointe jusqu'à la vitesse du copeau à la fin du contact. L'acuité de l'outil génère un refoulement d'une partie de la matière le long de la face de dépouille en la déformant plastiquement et un retour élastique se produit à la surface libre de la matière usinée. Un équilibre de puissance entre la zone au-dessus et au-dessous du point de stagnation permet de déterminer la position de ce dernier.

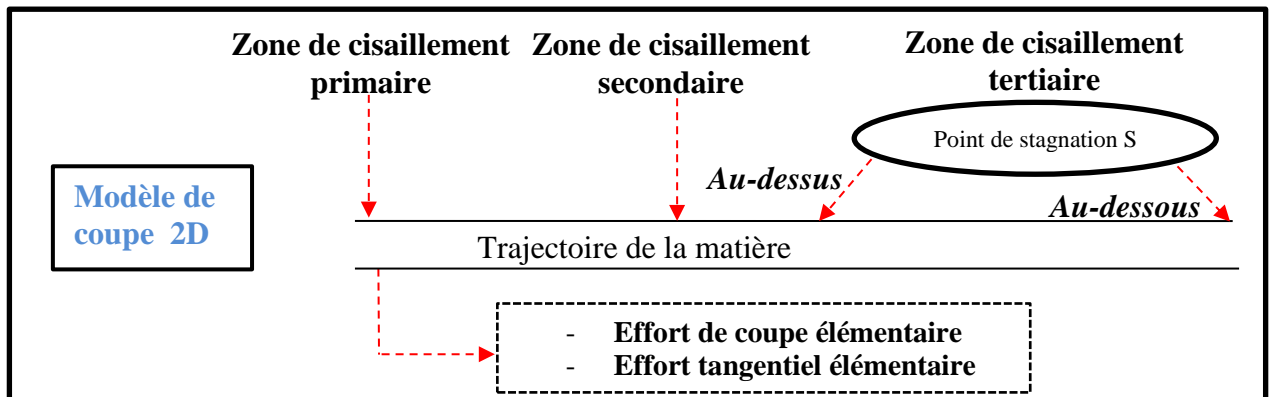
Le troisième chapitre présente une description cinématique fine en chaque point le long de l'arête de coupe dans le cas d'une fraise avec une plaquette rapportée. La position exacte de l'arête est définie dans l'espace en fonction des angles d'orientation et de la profondeur de passe. Deux types de plaquettes sont étudiés, une plaquette à arête droite et

une plaquette ronde. Pour chaque type de plaquette, l'évolution des trois composantes de vitesses à chaque point de la partie de l'arête en contact avec la matière et pour chaque position angulaire de l'outil a été déterminée. La variation de l'avance instantanée générée par les mouvements combinés de l'outil (rotation et avance) est déterminée par une méthode numérique détaillée à la fin du chapitre.

Le dernier chapitre présente l'approche utilisée pour calculer le torseur d'action afin d'évaluer les efforts et les moments de coupe. La première partie du chapitre décrit une modélisation volumique des champs de déformation et de vitesses de déformation dans les zones de coupe (passage 2D-3D). Cette modélisation est basée sur une description des champs des vitesses portées par les différentes directions dans les zones de cisaillement primaire et secondaire. La dérivation spatiale des vecteurs déplacement et vitesse donne respectivement le tenseur de déformation et de vitesse de déformation. Pour deux types de plaquettes (à arête droite et ronde) une discrétisation de l'arête, propre à chacune, a été entreprise et le torseur d'action propre à chaque élément de longueur est calculé. Le torseur de coupe global est ensuite déterminé à la pointe théorique de chaque outil et les résultats du modèle sont comparés avec des résultats des essais expérimentaux en surfacage.

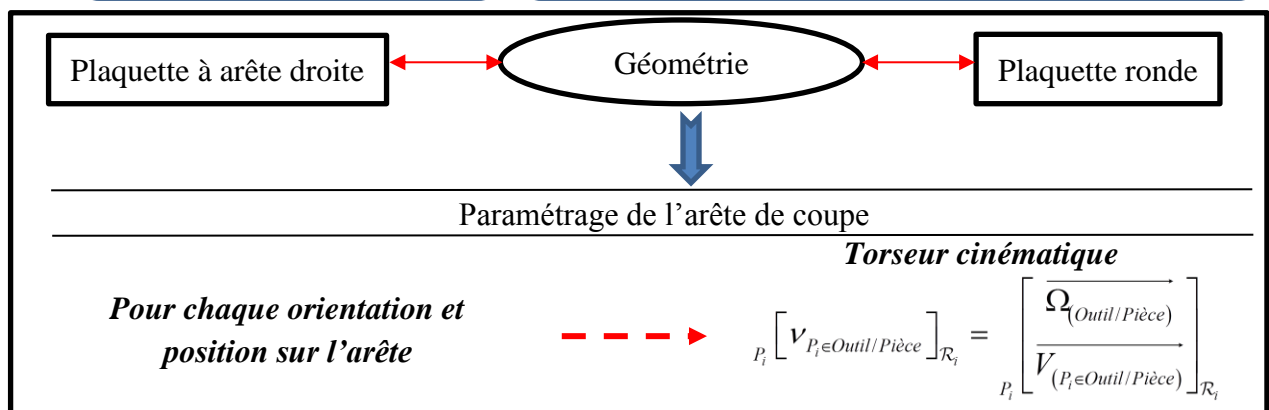
## Chapitre 2

Modélisation analytique 2D en configuration de coupe orthogonale



## Chapitre 3

Modélisation 3D des champs cinématiques dans la zone de coupe en Fraisage



## Chapitre 4

Modélisation 3D des actions de coupe en fraisage

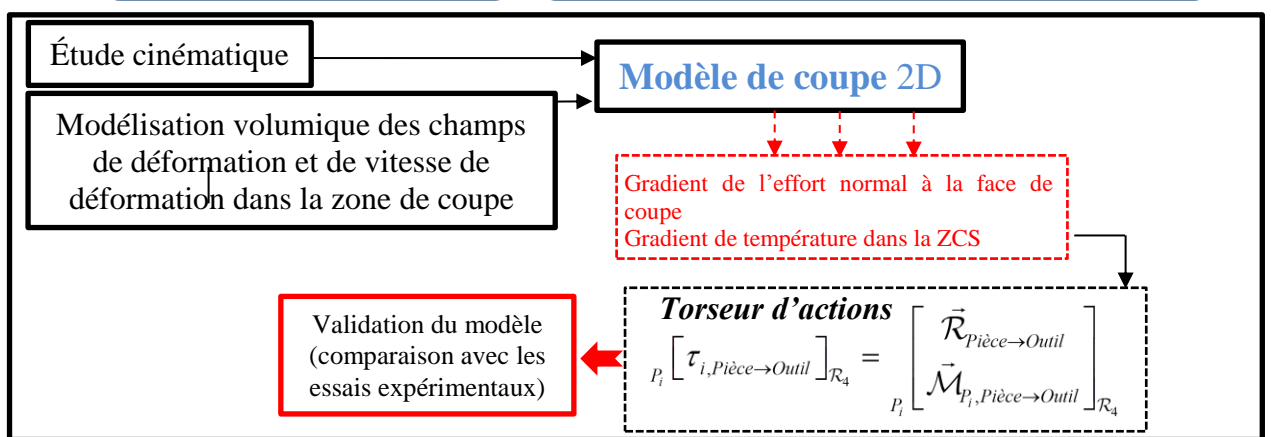


Figure 1. Étapes de la modélisation 3D en Fraisage.

# CHAPITRE I

## *Modélisation de la coupe : État de l'art*

---

*Les modélisations analytiques et semi-analytiques des procédés de fabrication par enlèvement de matière présentent de grands intérêts scientifiques et industriels. Ce type de modélisation permet d'identifier les paramètres de coupe optimaux à partir des grandeurs géométriques et thermomécaniques, sans avoir à passer par des essais expérimentaux ou des simulations coûteuses (gain de temps et réduction des coûts). En comparant avec les autres techniques d'usinage, le fraisage présente des complexités supplémentaires qui proviennent de la variation des paramètres géométriques en configuration d'usinage et cinématiques au cours de l'opération. Ce chapitre présente les récentes modélisations de la coupe et notamment du fraisage.*



# Sommaire

1.1.	<i>Introduction générale</i> .....	21
1.2.	<i>Mise en forme par fraisage</i> .....	21
1.2.1.	<i>Paramètres angulaires de l'arête de coupe</i> .....	23
1.2.2.	<i>Paramètres cinématiques et géométriques du procédé</i> .....	25
1.2.3.	<i>Configurations de coupe</i> .....	25
1.3.	<i>Modélisations de la coupe</i> .....	27
1.3.1.	<i>Modélisations de la coupe orthogonale</i> .....	28
1.3.2.	<i>Modélisations de la coupe oblique</i> .....	29
1.3.3.	<i>Modélisations 3D de la coupe, approche I2M</i> .....	30
1.3.2.1.	<i>Modélisations analytiques 3D de la coupe</i> .....	32
1.3.2.2.	<i>Modélisation 3D par élément finis de la coupe</i> .....	34
1.4.	<i>Conclusion</i> .....	37



# *Nomenclature*

$\mathfrak{M}_{\text{Outil/Pièce}}$  : Mouvement de coupe.

$\mathfrak{M}_{\text{Outil/Pièce}}$  : Mouvement d'avance.

$a_p$  : Profondeur de passe axiale ( $mm$ ).

$a_e$  : Engagement radial ( $mm$ ).

$f_z$  : Avance par dent ( $mm.dent^{-1}$ ).

$\kappa_r$  : Angle de direction d'arête

$\lambda_s$  : Angle d'inclinaison d'arête

$\gamma_n$  : Angle de coupe en configuration oblique

$P_r$  : Plan de référence de l'outil

$P_s$  : Plan d'arête de l'outil

$P_0$  : Plan orthogonal de l'outil

$P_f$  : Plan de travail conventionnel

$P_p$  : Plan vers l'arrière de l'outil

$P_n$  : Plan normal de l'outil

$\omega$  : Vitesse angulaire de rotation ( $rad.s^{-1}$ ).

$R_0$  : Rayon de l'outil ( $mm$ ).

$V_c$  : Vitesse de coupe ( $m.s^{-1}$ ) ou ( $m.min^{-1}$ ).

$V_f$  : Vitesse d'avance ( $m.s^{-1}$ ) ou ( $mm.min^{-1}$ )

$z$  : Nombre de dents.

$N$  : Fréquence de rotation ( $tr.min^{-1}$ ).

$\phi$  : Angle de cisaillement primaire ( $^\circ$ ).





## 1.1. Introduction générale

Les procédés de fabrication mécanique continuent d'évoluer à travers des développements importants dans le but d'améliorer la qualité des pièces fabriquées (caractéristiques mécaniques et état de surface) et de baisser les coûts de fabrication par une optimisation des paramètres liés à chaque procédé. L'enlèvement de matière par outil coupant est le plus connu des procédés de fabrication. Il reste largement utilisé dans l'industrie malgré l'apparition de nouveaux procédés telle que la fabrication additive. Les caractéristiques (état de surface, caractéristiques mécaniques avant traitement thermique) obtenues avec ce genre de procédés n'égale pas encore celles des procédés par enlèvement de matière (usinage, rectification...).

La mise en forme par enlèvement de matière relève de plusieurs procédés de génération de surface qui dépendent de la nature de ce dernier. Le tournage [Laheurte, 2004], le perçage [Dagnat, 2006] et le fraisage [Albert, 2010] sont les principales techniques de fabrication par enlèvement de matière. Lors de la coupe, des phénomènes physiques complexes et de fortes interactions entre l'outil de coupe et la matière usinée existent [Cahuc et al, 2001]. L'amélioration des paramètres de coupe (géométriques ou cinématiques) nécessite une compréhension de ces phénomènes dans les différentes zones de coupe.

Vu la rapidité et le coût réduit, la modélisation semi-analytique de la coupe est une approche plus fine de la coupe que le passage à des essais expérimentaux ou des simulations numériques qui sont les deux longs à mettre en œuvre et ne permettent pas de descendre à l'échelle mésoscopique et microscopique, sauf pour quelques configurations de coupe orthogonale ou oblique simples.

Le fraisage présente des complexités supplémentaires par rapport aux autres (tournage, perçage) en raison de l'orientation de l'outil et de la cinématique générée par les mouvements d'avance et de coupe combinés de la fraise. Dans la première partie de ce chapitre, une brève présentation du fraisage et les différentes configurations de coupe seront détaillées. La deuxième partie est consacrée aux différentes modélisations de la coupe.

## 1.2. Mise en forme par fraisage

L'opération de fraisage présente deux mouvements combinés lors de la coupe (Figure 1-1):

- Le mouvement de coupe lié à la fraise ( $\mathcal{M}_{\text{Outil/Pièce}}$ ).
- Le mouvement d'avance lié à l'outil ou à la pièce ( $\mathcal{M}_{\text{Outil/Pièce}}; \mathcal{M}_{\text{Pièce/Outil}}$ ).

Ce procédé permet la génération d'une surface (surfaçage), 2 surfaces (surfaçage-dressage) ou de 3 surfaces (rainurage).

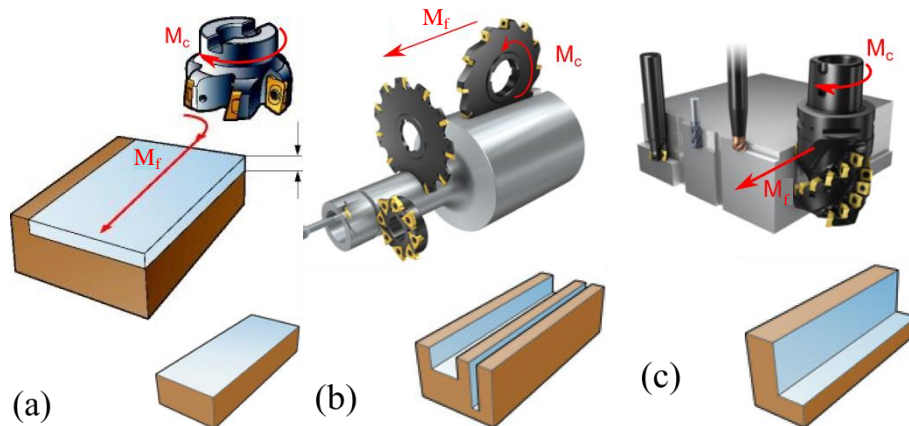


Figure 1-1. Nature des surfaces générées par (a) surfaçages en bout, (b) rainurage, (c) fraisage combiné [SANDVIK-COROMANT, 2001].

Les surfaçages en bout (Figure 1-1a) et de profil génèrent une seule surface finie et le mouvement de coupe est perpendiculaire à la direction d'avance.

Le rainurage (fraisage combiné) génère trois surfaces finies (Figure 1-1b) et le mouvement de coupe est perpendiculaire à la direction d'avance tangentielle.

Le fraisage combiné avec dominante en profil (Figure 1-1c) ou avec dominante en bout génèrent deux surfaces finies et les mouvements de coupe et d'avance sont similaires au surfaçage.

Dans la configuration de fraisage avec un outil à plaquette rapportée, trois angles ( $\kappa_r$  : angle de direction d'arête,  $\gamma_0$  : angle de coupe dans le plan orthogonal de l'outil,  $\lambda_s$  : angle d'inclinaison d'arête) définissent l'orientation de la plaquette, ces angles seront détaillés dans le chapitre III. Dans ce travail deux formes de plaquettes seront étudiées : les plaquettes à arête droite (Figure 1-2a) et les plaquettes rondes (Figure 1-2b).

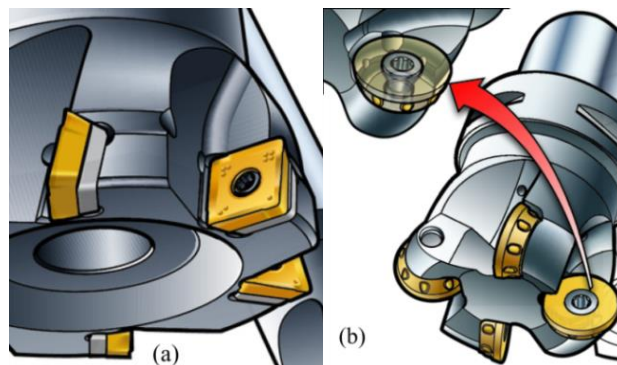


Figure 1-2. (a) Fraise à plaquette avec arête droite, (b) plaquette ronde [SANDVIK-COROMANT, 2001].

Chaque plaquette est caractérisée par son rayon de bec  $r_e$  et son rayon d'acuité  $r_\beta$ . La forme de la plaquette et la valeur de ses paramètres géométriques conditionnent la répartition des actions de coupe et la cinématique du copeau le long de l'arête ; ces aspects seront détaillés dans les chapitres suivants.

### 1.2.1. Paramètres angulaires de l'arête de coupe

Les plans et les angles de l'outil sont définis par rapport aux plans de référence définis par la norme [NF-ISO-3002-1, 1993]. Deux configurations sont définies : l'outil en main et l'outil en travail qui définissent respectivement la position de l'arête de coupe lorsque l'outil est au repos ou lorsqu'il usine.

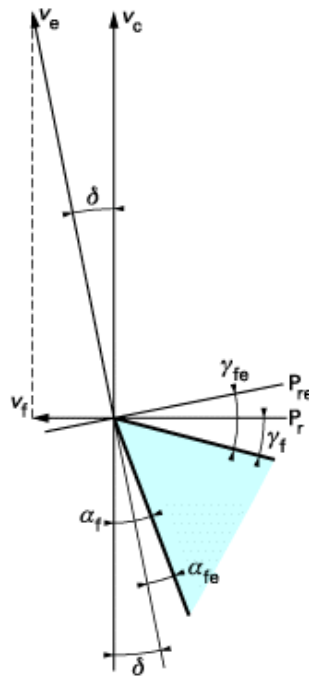


Figure 1- 3. Angles en travail de la partie active d'une fraise [Passeron, 1998]

Lorsque l'on considère l'outil en travail, le plan de travail ( $P_{fe}$ ) est défini par rapport à la cinématique de la coupe (Figure 1- 3). Le plan de référence en travail ( $P_{re}$ ) est défini perpendiculaire à la direction de la vitesse résultante de coupe à la pointe théorique de l'outil (Figure 1- 3). La vitesse effective de coupe instantanée est la composition à tout instant de la vitesse de coupe et de la vitesse d'avance. Cette configuration sera étudiée et détaillée dans le chapitre III. Dans la configuration outil en main, les angles d'orientation de l'arête sont définis en fonction des plans de références ( $P_r, P_s, P_0, P_f, P_p, P_n$ ) (Figure 1- 4). L'angle de direction d'arête de l'outil  $\kappa_r$  est l'angle projeté dans le plan  $P_r$  entre l'arête de coupe et la

direction d'avance (Figure 1- 4). L'angle d'inclinaison d'arête de l'outil  $\lambda_s$  est l'angle dans le plan  $P_s$  entre l'arête de coupe et le plan de référence de l'outil  $P_r$  (Figure 1- 4).

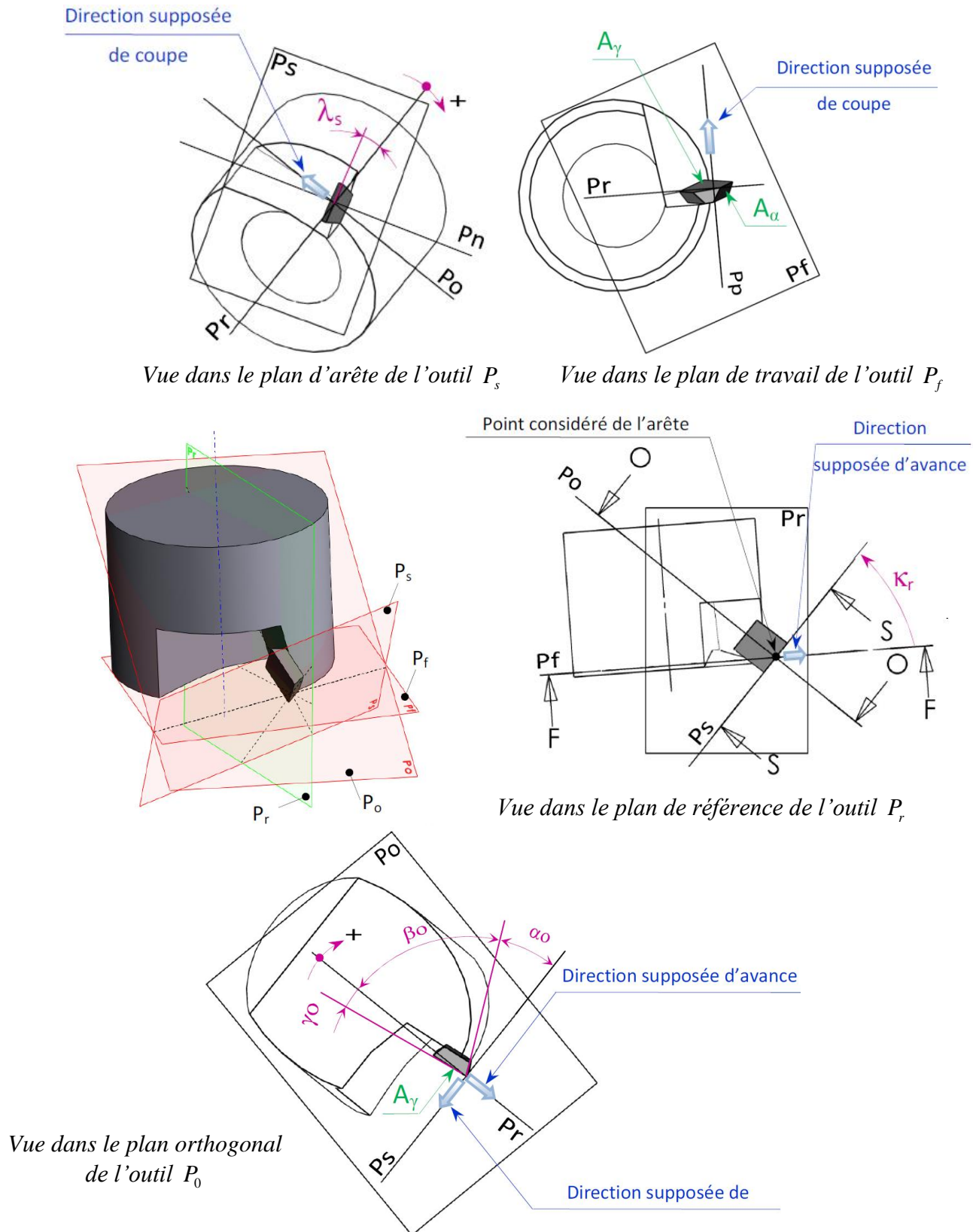


Figure 1- 4. Illustration des plans et angles en main d'une fraise [NF-E-66-502].

### 1.2.2. Paramètres cinématiques et géométriques du fraisage

Les paramètres cinématiques et géométriques sont importants et conditionnent les phénomènes physiques générés lors de l'usinage et les interactions outil/copeau.

La profondeur de passe  $a_p$  (mm) [Maurel-Pantel et al, 2012] (Figure 1-5) correspond à l'engagement axial de l'outil dans la matière;  $f_z$  (mm.dent<sup>-1</sup>) est l'avance par dent et  $a_e$  (mm) est l'engagement latéral correspondant à la profondeur de coupe radiale. L'énergie nécessaire pour la coupe est influencée par ces trois paramètres.

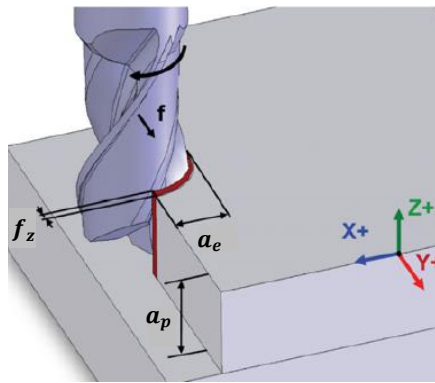


Figure 1-5. Paramètres géométriques de coupe en fraisage [Maurel-Pantel et al, 2012].

La vitesse de coupe  $V_c$  (m.min<sup>-1</sup>) est liée au mouvement de coupe et dépend de la configuration d'usinage (Fraisage, Tournage, Perçage ...) et de la nature des matériaux usinés. Elle s'exprime en fonction de la vitesse de rotation de l'outil  $\omega$  et du rayon de l'outil  $R_0$ .

$$V_c = R_0 \cdot \omega . \quad (1.1)$$

La vitesse d'avance  $V_f$  (mm.min<sup>-1</sup>) dépend de l'avance par dent  $f_z$  qui est la différence instantanée entre deux rotations successives des positions de la pointe de l'outil, du nombre de dents  $z$  et de la fréquence de rotation  $N$  (tr.min<sup>-1</sup>).

$$V_f = f_z \cdot z \cdot N . \quad (1.2)$$

### 1.2.3. Configurations de coupe

#### a) Coupe orthogonale

Compte tenu de la complexité des phénomènes physiques présents en usinage, la coupe orthogonale (Figure 1-6) a été la configuration la plus exploitée dans les modélisations analytique [Merchant, 1945; Oxley, 1961; Gilormini, 1982] et numérique [Carroll et al,

**1988; Yen et al, 2004; Nasr et al, 2007]** de la coupe. Cette configuration est basée sur les hypothèses de modélisation suivantes :

- la vitesse de coupe est perpendiculaire à l'arête de coupe,
- l'état de déformation est bidimensionnel (état de déformation plane) (Figure 1-6).

Cette configuration n'est plus valable si on considère les orientations de l'outil dans l'espace tel qu'en fraisage. En effet le long de l'arête de coupe les paramètres géométriques et cinématiques varient fortement et le vecteur vitesse de chaque point est très sensible à la position angulaire de la fraise [Yousfi et al, 2014].

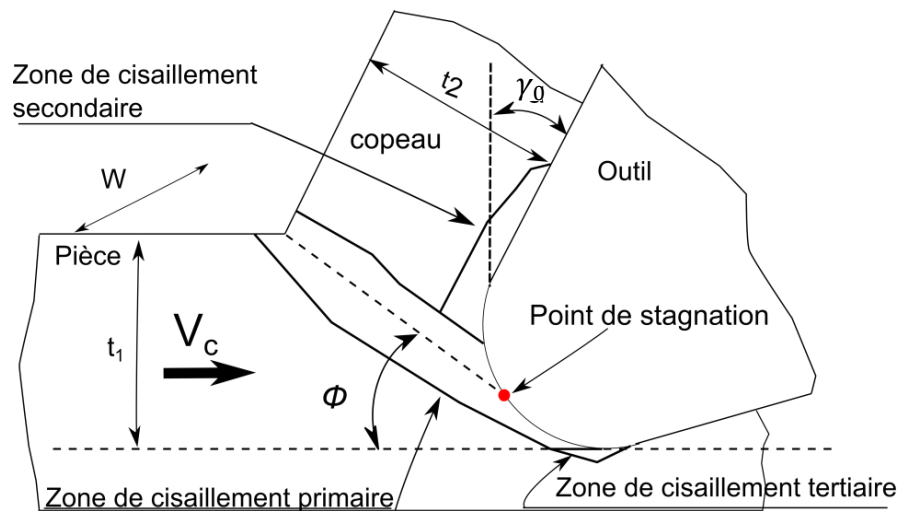


Figure 1-6. Configuration de la coupe orthogonale [Calamaz, 2008].

Pendant l'usinage, trois zones de sollicitations intenses sont définies : primaire, secondaire et tertiaire [Bourdet, 1977; Laheurte, 2004; Dargnat, 2006; Calamaz, 2008].

Entre le point de stagnation de la matière en pointe de l'outil qui sera défini ultérieurement (Figure 1-6) et la surface extérieure de la pièce est définie une zone de cisaillement primaire. Cette zone est inclinée d'un angle  $\phi$  [Merchant, 1945] par rapport à la direction de coupe (Figure 1-6).

Au niveau de la face de coupe, le frottement et l'usure génèrent le ralentissement de l'écoulement de la matière. Le niveau de sollicitation engendre un cisaillement plastique au niveau de cette zone appelée zone de cisaillement secondaire (Figure 1-6).

Comme dans la zone de cisaillement secondaire, le frottement et l'usure sont présents dans la zone de cisaillement tertiaire. Les déformations sont moins intenses que dans les autres, cependant elles peuvent influencer l'intégrité de surface de la pièce.

#### b) Coupe oblique

La coupe oblique est une configuration tridimensionnelle de la coupe orthogonale pour laquelle l'arête de coupe est inclinée d'un angle  $\lambda_s$  (angle d'inclinaison d'arête) par rapport à



la normale à la direction de coupe (direction de la vitesse de coupe). La Figure 1-7 représente cette configuration de coupe avec les paramètres associés. L'écoulement de la matière est différent de celui en configuration de coupe orthogonale et une nouvelle composante d'effort est générée (composante  $F_r$  sur la Figure 1-7).

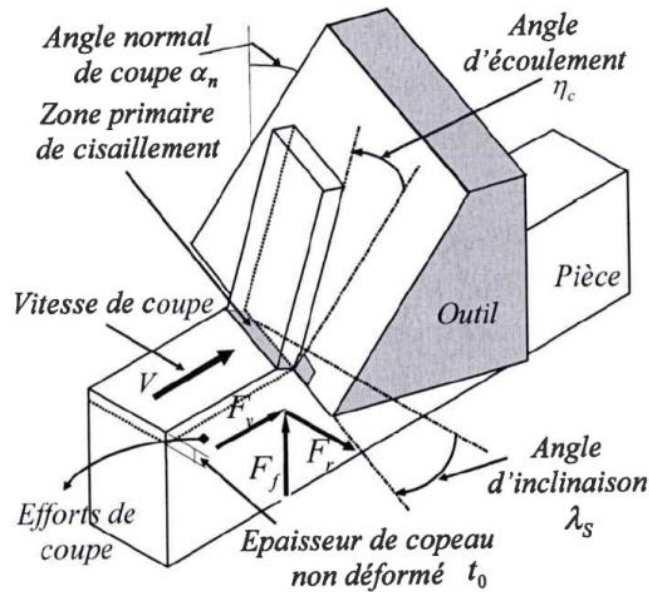


Figure 1-7. Configuration de la coupe oblique [Fontaine, 2004].

### c) Conclusion

La compréhension des phénomènes physiques dans ces différentes zones et la détermination des déformations, contraintes et températures en chaque point nécessite une description fine de la géométrie et de la cinématique de chaque zone. La modélisation semi analytique de la coupe permet une meilleure description spatiale (par rapport à une démarche expérimentale) des phénomènes physiques dans ces zones. Cette modélisation tient compte de plusieurs paramètres (géométriques et cinématiques) qui influent sur la coupe en respectant la géométrie et l'orientation réelle de l'outil dans l'espace (modélisation 3D) avec un temps de résolution généralement nettement inférieur aux autres méthodes telles que la simulation par éléments finis [Calamaz, 2008; Maurel-Pantel et al, 2012; Ayed, 2013].

## 1.3. Modélisations de la coupe

La détermination des efforts de coupe par modélisation analytique est abordée dans de nombreux travaux de recherche ayant pour but l'amélioration du procédé d'usinage. Ces modélisations peuvent intégrer plusieurs paramètres, ce qui permet de quantifier l'ensemble des grandeurs physiques apparaissant lors de l'opération d'usinage. Le paragraphe suivant présente les modèles analytiques de coupe en configuration de coupe orthogonale.



### 1.3.1. Modélisations de la coupe orthogonale

Dans la modélisation de la coupe orthogonale de Merchant [Merchant, 1945], la formation du copeau est supposée être due à un cisaillement intense dans un plan de cisaillement incliné d'un angle  $\phi$  par rapport à la direction de la vitesse de coupe  $V_c$  comme indiqué sur la Figure 1-8.

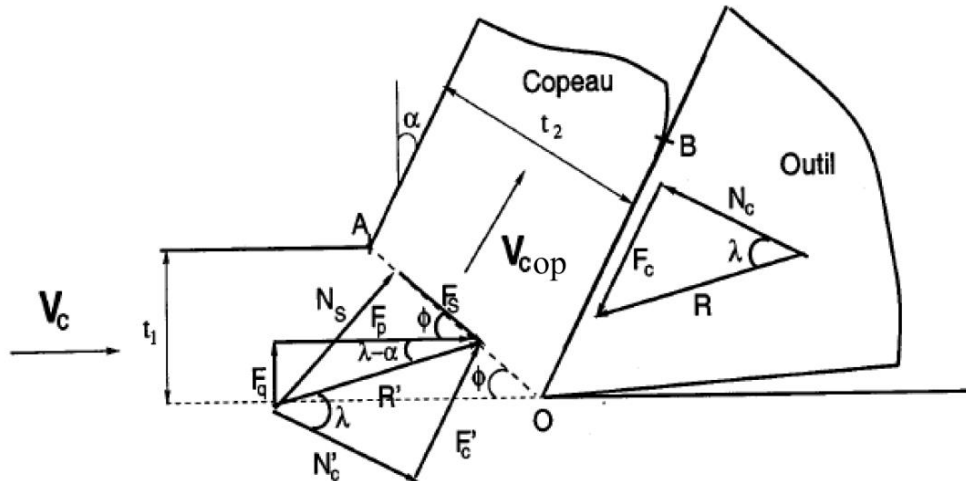


Figure 1-8. Modèle de coupe de Merchant [Nouari, 2000].

Dans cette modélisation, la zone de dépouille n'est pas prise en compte (car il n'y a pas de rayon d'acuité de l'outil) et le matériau usiné est supposé parfaitement plastique. Les limites de ce modèle ont été démontrées par Gilormini [Gilormini, 1982] et Hill [Hill, 1954], cette modélisation ne tient pas compte du comportement réel du matériau et de la thermique induite. Lee et al. [Lee et al, 1951] utilisent la méthode des lignes de glissement (Figure 1-9) pour la détermination des efforts de coupe avec l'hypothèse de comportement parfaitement plastique du matériau en déformation plane.

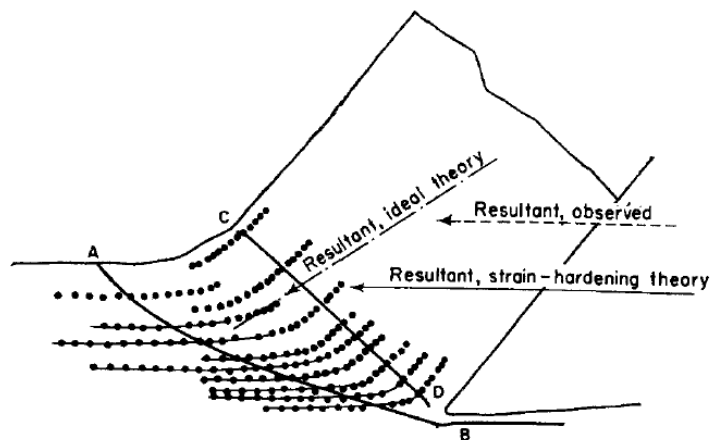


Figure 1-9. Modèle d'Oxley basé sur les lignes de glissement [Oxley, 1961].

Les modèles purement géométriques / mécaniques de Merchant [Merchant, 1945] et de Lee *et al.* [Lee et al, 1951] reposent sur un comportement parfaitement plastique du matériau. Ils sont donc incomplets dans la mesure où ils ne prennent pas en compte la sensibilité de la contrainte d'écoulement à l'écrouissage, à la température et à la vitesse de déformation. Afin de tenir compte des phénomènes thermiques, Boothroyd [Boothroyd, 1963] a développé les premières techniques expérimentales pour établir la cartographie des températures dans les zones de coupe en configuration de coupe orthogonale.

Dans le but de mettre en place une approche plus réaliste, Oxley [Oxley, 1961] a considéré un comportement thermo-viscoplastique du matériau. Le modèle de Gilormini [Gilormini, 1982], en se basant sur la modélisation d'Oxley, tient compte d'une zone de cisaillement secondaire supposée rectangulaire. Dans ce modèle, le contact entre le copeau et l'outil est collant (Figure 1- 10) et le profil de vitesse dans le copeau croît linéairement dans l'épaisseur du cisaillement secondaire.

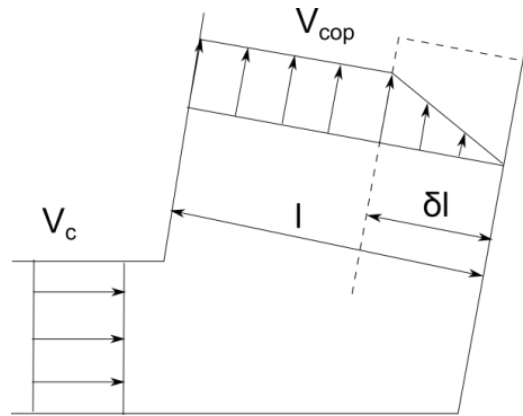


Figure 1- 10. Champ de vitesses dans le modèle de Gilormini [Gilormini, 1982].

### 1.3.2. Modélisations de la coupe oblique

Dans les opérations d'enlèvement de matière à l'outil coupant la coupe est plus souvent oblique. Localement, l'arête de coupe n'est plus perpendiculaire à la direction de coupe. Bissey [Bissey, 2005] propose un modèle en coupe oblique. Ce modèle se base sur l'approche Couple-Arête-Matière, les paramètres utilisés par ce modèle sont l'épaisseur coupée  $h$ , la largeur de l'élément d'arête  $b$  et l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$ . L'angle de coupe  $\gamma_n$  est utilisé dans la formulation de l'angle  $\lambda_n$ . La Figure 1- 11 montre le paramétrage de ce modèle.

L'approche du Couple-Arête-Matière divise l'outil en éléments indépendants [Kline et al, 1982] et l'angle  $\kappa_r$  est absent dans les relations de la modélisation. Les coefficients spécifiques de coupe sont déterminés expérimentalement conditionnant la prédiction des efforts à une gamme de paramètres de coupe

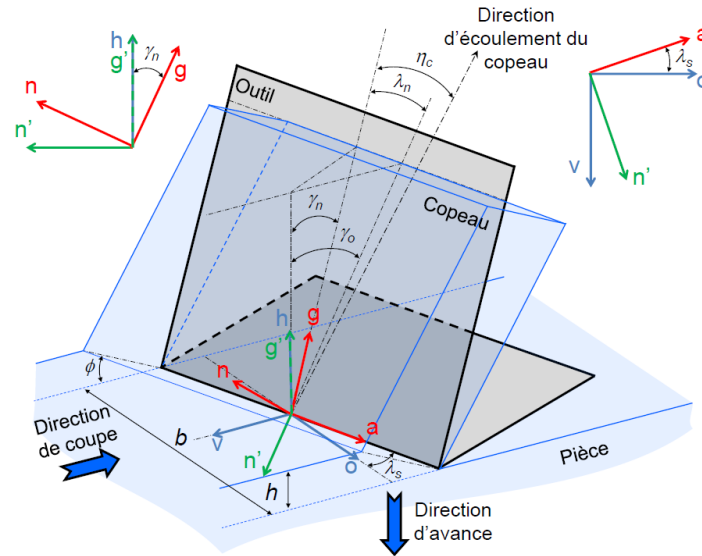


Figure 1- 11. Paramétrage de l'arête dans la configuration oblique [Bissey, 2005].

L'angle d'écoulement du copeau  $\eta_c$  ne peut être inférieur à l'angle  $\lambda_n$ . L'angle  $\eta_c$  est une donnée importante lors de l'élaboration d'un modèle de coupe, en particulier dans le cas d'une approche par discrétisation d'arête. [Wang et al, 1995], [Kapoor et al, 1998] et [Armarego et al, 1999] proposent une formulation à partir des angles de direction d'arête locaux  $\kappa_r(i)$ , d'obliquité  $\lambda_s(i)$  et de coupe  $\gamma_n(i)$ . La règle de [Stabler, 1951] est supposée vraie pour chaque segment d'arête ( $\eta_c(i) = \lambda_s(i)$ ).

### 1.3.3. Modélisations 3D de la coupe, approche I2M

Les premiers travaux de modélisation 3D ont été appliqués dans la configuration de tournage (Figure 1-12) [Laheurte, 2004], [Toulouse, 1998a]. Ces modélisations considèrent le rayon d'acuité et le rayon de bec dans le but de déterminer l'ensemble des actions de coupe dont les moments de coupe [Laheurte, 2004], [Cahuc et al, 2001], [Toulouse, 1998a].

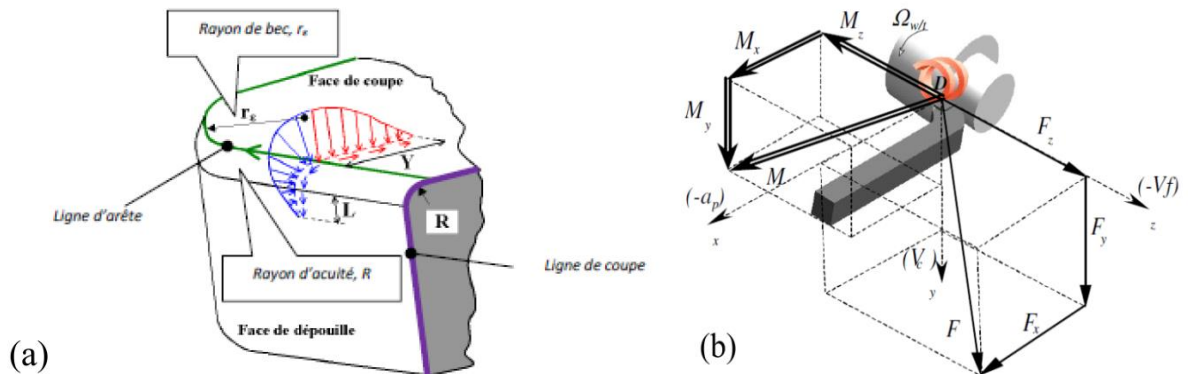
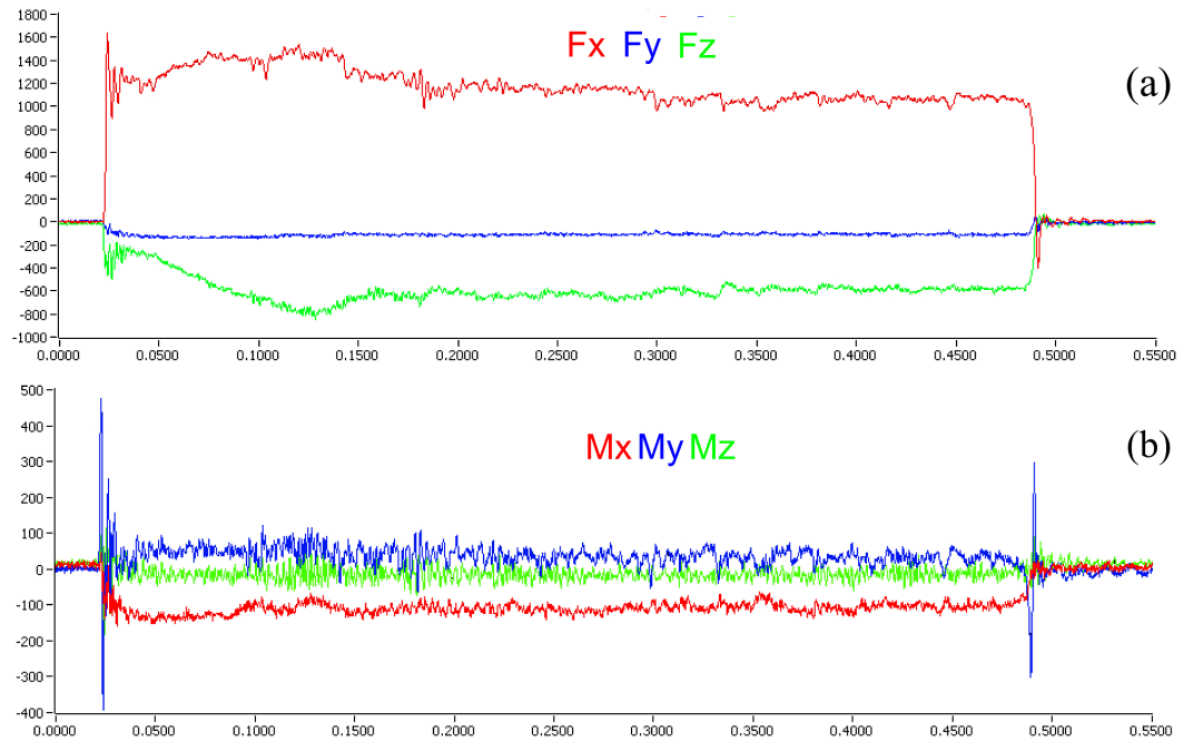


Figure 1-12. (a) Modèle 3D en tournage [Laheurte, 2004] (b) Efforts et moments de coupe en configuration de tournage [Toulouse, 1998a].

Dans la configuration de perçage, Laporte [Laporte, 2005] a montré que les actions mécaniques ont une influence directe sur la qualité des trous générés et Dagnat [Dagnat, 2006] a développé une approche semi analytique pour la modélisation des actions de coupe. En perçage ses travaux ont montré l'existence des moments de coupe (Figure 1-13). Les efforts radiaux ne sont pas nuls et sont dus à l'existence des défauts géométriques de l'outil ou de son positionnement et de son orientation par rapport à la broche. La Figure 1-13 présente un exemple de composantes du torseur d'action.



Dans la configuration de fraisage, les travaux d'Albert [Albert, 2010] déterminent à la pointe de l'outil le torseur d'actions de coupe en fraisage par une approche expérimentale pour mettre en évidence la présence et l'importance des moments de coupe. A partir des constatations faites lors des travaux d'Albert [Albert, 2010], cette thèse propose une modélisation du fraisage dans la continuité de la modélisation tridimensionnelle développée par Dagnat [Dagnat, 2006]. Pour améliorer la modélisation proposée par Dagnat, dans ce manuscrit une étude cinématique (variation instantanée des vecteurs vitesse) complète, le long de l'arête, a été mise en place. Les interactions 3D entre les éléments de volume le long de l'arête de coupe seront déterminées par une modélisation volumique des champs de déformation et de vitesse de déformation dans les zones de coupe.

Le procédé de fraisage présente des complexités supplémentaires en modélisation : deux mouvements simultanés de coupe sont présents et la section du copeau est variable au cours de l'usinage. La rotation de la fraise générant le mouvement de coupe et la translation de l'outil générant le mouvement d'avance. Ces mouvements génèrent une variation instantanée de l'avance et des efforts de coupe en fonction de la position angulaire de l'outil. L'orientation de la plaquette dans l'espace engendre une variation de la cinématique le long de l'arête de coupe et l'apparition de nouvelles composantes de vitesse autres que la vitesse de coupe. Cette variation instantanée des paramètres géométriques et cinématiques exige une description fine 3D de la géométrie, afin de déterminer leurs effets sur les actions mécaniques et les interactions qui peuvent avoir lieu lors de l'usinage.

### 1.3.2.1. Modélisations analytiques 3D de la coupe

Les travaux récents de Karagüzel [Karagüzel et al, 2015] traitent de la modélisation analytique de la technique du tournage-fraisage combiné en déterminant l'avance instantanée dans trois configurations :

- Orthogonale : l'axe de l'outil est perpendiculaire à l'axe de rotation de la pièce et passe par son centre (Figure 1-14a).
- Tangentielle : l'axe de l'outil est perpendiculaire à l'axe de rotation de la pièce et l'outil est tangent à la surface générée (Figure 1-14b).
- Coaxiale : l'axe de l'outil est parallèle à l'axe de rotation de la pièce (Figure 1-14c).

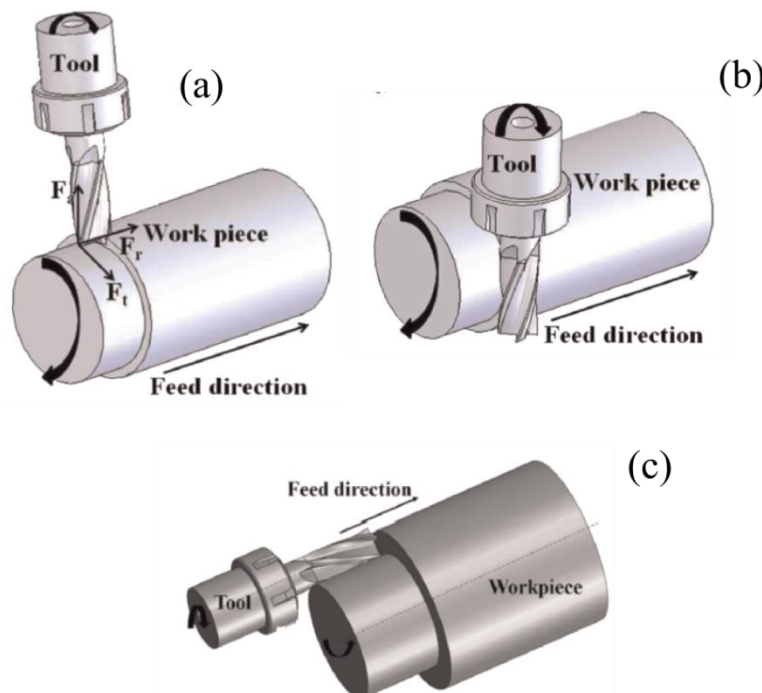


Figure 1-14. Géométrie de la coupe en tournage-fraisage combiné. Configuration de coupe : (a) orthogonale (b) tangentielle (c) coaxiale [Karagüzel et al, 2015].

Karagüzel [Karagüzel et al, 2015] détermine les efforts élémentaires (effort de coupe, effort tangentiel, et effort parallèle à l'axe de l'outil propre à chaque longueur élémentaire de l'arête) en fonction de l'avance instantanée. Cette dernière dépend de la position le long de l'arête et des pressions spécifiques de coupe.

Kaymakci [Kaymakci et al, 2012] se base sur les travaux de Engin [Engin, 2001] pour définir la cinématique d'une plaquette à arête droite orientée dans l'espace en tournage et en fraisage (Figure 1-15). Les efforts de coupe sont déterminés en configuration de coupe oblique en fonction des pressions spécifiques de coupe.

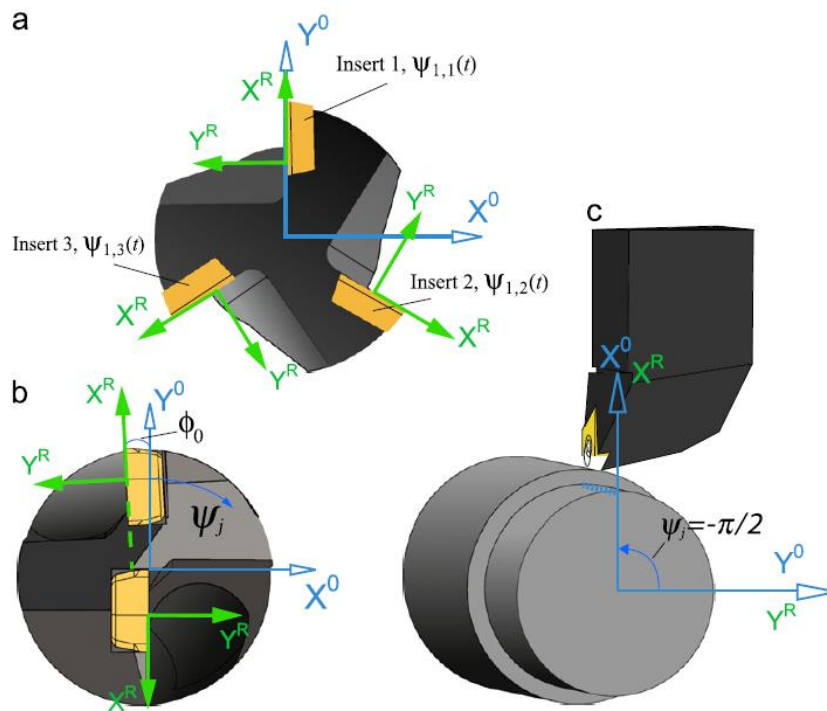


Figure 1-15. Modélisation de la plaquette de coupe dans le cas de (a) fraisage et de (c) tournage [Kaymakci et al, 2012].

Ces travaux ne discrétisent pas la cinématique le long de l'arête et ne tiennent pas compte de l'apport de la cinématique sur les interactions inter-volumiques le long de l'arête. Les déplacements supplémentaires du copeau générés par la géométrie et la cinématique et qui influent sur les actions mécaniques appliquées sur la plaquette ne sont pas pris en compte.

Kang et al. [Kang et al, 2013] étudient le micro fraisage (Figure 1-16). Les efforts de coupe sont déterminés en fonction de l'avance instantanée et des pressions spécifiques de coupe normales et tangentielles.

La détermination de l'avance instantanée est basée sur les séries de Fourier, la troisième dimension n'est pas considérée et l'effet de la variation de la cinématique le long de l'arête

n'est pas pris en compte. Cette modélisation ne permet pas de tenir compte de l'effet 3D sur les actions de coupe générant des interactions inter volumiques le long de l'arête.

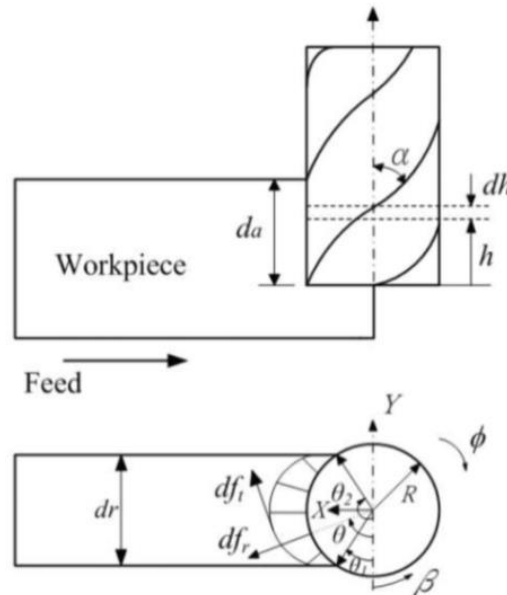


Figure 1-16. Modélisation des efforts de coupe en micro fraisage [Kang et al, 2013].

De la même façon que la modélisation analytique, c'est la configuration de coupe orthogonale qui a été simulée en premier, à cause des difficultés liées aux temps de calcul. Cette configuration ne reflète pas la géométrie réelle de la coupe et ne permet pas de déterminer l'effet de la géométrie (par exemple l'orientation de la plaquette dans l'espace dans le cas de fraisage) sur l'évolution instantanée des grandeurs physiques au cours du processus de coupe. Plusieurs modélisations par éléments finis ont été développées récemment avec des fortes simplifications (taille de maille, géométrie...) dans le but de réduire le temps de calcul [Maurel-Pantel et al, 2012; Ayed, 2013; Liu, 2014].

### 1.3.2.2. Modélisation 3D par élément finis de la coupe

La méthode des éléments finis est beaucoup utilisée, dans la coupe. Tay et al. [Tay, 1976; 1980; 1991; Tay et al, 1992; Tay, 1993] ont beaucoup apporté à cette modélisation au niveau de la distributions de température dans le copeau et dans l'outil. Ils ont proposé une méthode de calcul pour déterminer la cartographie des températures dans la coupe à partir des efforts de coupe, l'angle de coupe et l'angle de cisaillement. Par la suite, Oxley [Oxley, 1988] la développé un modèle de coupe thermomécanique.

Lin et al. [Lin et al, 1993a; 1993b] ont proposé une modélisation thermo-élasto-plastique de la coupe orthogonale en se basant sur ma méthode d'élément finis. Ils déterminent les déformations, les vitesses de déformation, les contraintes et les températures

en chaque nœud des éléments. Le fait de supposer, une fois de plus, constitue l'inconvénient majeur de ce modèle est due au fait que la géométrie du copeau soit connue initialement.

L'influence de la brise copeau sur la déformation du copeau et sur les répartitions des températures ou des contraintes dans le copeau a été étudiée par Komvopoulos et al. [Komvopoulos et al, 1991]. Ils montrent que la brise copeau entraîne une distorsion significative des contraintes présentes à l'interface outil-copeau, qu'il accroît l'amplitude de l'effort de coupe et de la longueur de contact sur la face de coupe et favorise la formation de copeau adhérent.

En se basant sur un programme de simulation par la méthode des éléments finis pour les grandes déformations, Shih [Shih, 1995; 1996], a étudié l'influence de l'angle de coupe sur les contraintes, les déformations, les températures et les contraintes résiduelles générées à l'interface de la pièce générée. L'évolution du coefficient de frottement entre la face de coupe et le copeau est décroissante quand les angles de coupe deviennent négatifs. Cette diminution est due au fait que la longueur de contact augmente avec les angles négatifs et que la proportion des efforts générés par le frottement diminue.

Les formulations utilisées pour la description du mouvement de la matière lors de la coupe sont : Eulérienne, Lagrangienne et Arbitraire Lagrangienne Eulérienne (ALE).

La formulation Lagrangienne propose un maillage de l'outil et de la pièce lié au mouvement du point matériel auquel il est affecté. Cette formulation peut générer la distorsion de la matière due à la déformation du maillage dans le cas des grandes déformations. Pour résoudre ce problème, des algorithmes de remaillage automatique [Fourment et al, 1997] sont proposés et permettent respectivement de repositionner les nœuds et de créer de nouveaux éléments du maillage. Cette formulation gère parfaitement les problèmes liés aux surfaces libres, aux contacts et permet de simuler aussi bien les phénomènes transitoires que les régimes établis. L'évolution du maillage entre plusieurs instants de calcul nécessite la mise en place de critères de séparation. La séparation peut être obtenue (Figure 1- 17) par déboutonnage de nœuds ou par élimination d'éléments.

Les critères de séparations peuvent être basés sur l'énergie de déformation et la loi d'endommagement [Pantalé et al, 2004; Barge, 2005; Barge et al, 2005] ou sur une distance critique au nœud de séparation [Ros et al, 2007].



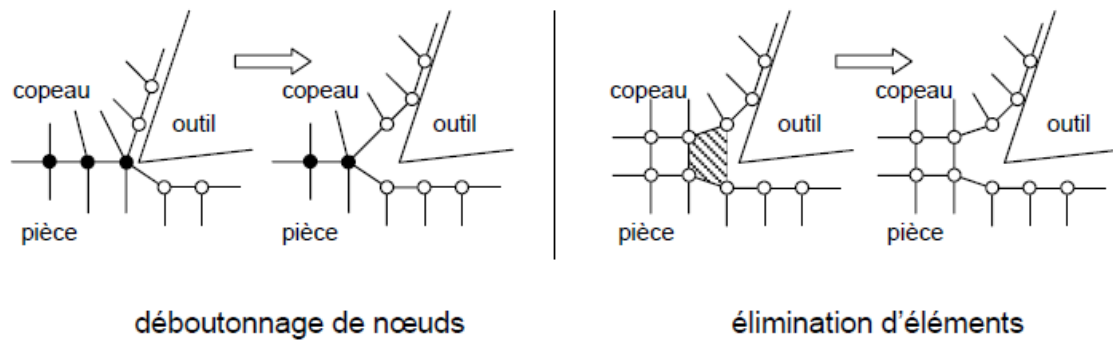


Figure 1- 17. Méthodes de séparation [Barge, 2005].

La formulation Eulérienne est basée sur le maillage d'une région spatiale fixe, cette formulation permet de s'affranchir des distorsions du maillage et permet de simuler les grandes déformations [Ghosh et al, 1991]. Pour cette formulation, la géométrie initiale du copeau devra être connue [Lin et al, 1993a; 1993b]. Les problèmes de contact sont également difficilement gérés. Ce type d'approche permet d'étudier l'influence de certains paramètres géométriques ou de coupe sur les champs de déformations, de contraintes et de températures lors de la formation du copeau [Kim et al, 1996; Kim et al, 1998].

La formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) permet d'utiliser au mieux les avantages des deux approches [Liu et al, 1991]. Donea [Donea et al, 1982] a initié cette approche et proposa un modèle pour simuler le contact entre structure et fluide à partir d'une formulation A.L.E.

Assez récemment, des logiciels propriétaires tels que THIRD WAVE SYSTEMS AdvantEdge basés sur les travaux de [Marusich et al, 2004a; Marusich et al, 2004b] ou ABAQUS Explicit fournissent des possibilités de simulation des procédés d'usinage. Des modèles de formation du copeau discontinu à l'aide du logiciel Abaqus-Explicit ont également été élaborés [Bacaria, 2001]. Les résultats obtenus par Lesourd [Lesourd et al, 1995] mettent en évidence, suivant les paramètres de coupe, la présence d'un copeau continu ou fragmenté. Ces logiciels comprennent une base de données matériaux étendue et la dynamique de la machine-outil peut être prise en compte. Les résultats obtenus dépendent du domaine de validité du modèle et nécessitent parfois d'être confrontés à une approche expérimentale. Ces codes fermés ne laissent pas la possibilité d'utiliser des paramètres ou des lois de comportement propres. Il est également très difficile de savoir comment sont considérées les conditions de contacts et la gestion de la séparation de la matière. Il est très difficile également d'en évaluer les domaines de validité. Ces modélisations n'autorisent aucune modification et ne permettent pas de réaliser des travaux novateurs.

Maurel-Pantel [Maurel-Pantel et al, 2012] simule une opération de Fraisage 3D en considérant des simplifications de la géométrie, du type de maillage, du type de contact. Le temps de calcul varie entre 6 et 20 jours en fonction de la performance du ordinateur utilisé pour un temps d'usinage de 3 ms. Joliet [Joliet et al, 2013] détermine, dans le cas de fraisage, la fraction d'énergie thermique transférée vers la pièce, qui dépend de la vitesse de coupe, de la nature du contact outil-pièce et de l'épaisseur de contact. Un modèle par éléments finis avec remaillage de la zone de contact entre la pièce et l'outil est utilisé (Figure 1-18). La température de la pièce diminue avec l'augmentation de la profondeur axiale engagée et le pourcentage de chaleur transférée vers la pièce ne change pas.

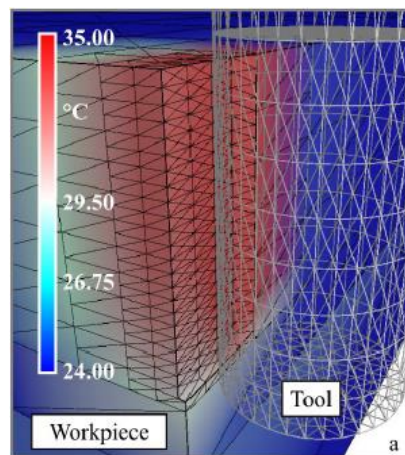


Figure 1-18. Modèle de fraisage [Joliet et al, 2013].

Les méthodes des éléments discrets D.E.M. (Discrete Element Method) sont issues de la mécanique des milieux granulaires [Cundall et al, 1979; Mora et al, 1994]. Elles sont utilisées largement dans les études en mécanique des poudres, et sont particulièrement efficaces pour traiter des problèmes d'endommagement des matériaux fragiles. Ces méthodes sont basées sur une discrétisation particulière des matériaux sans maillage. Chaque particule interagit avec ses voisines et se déplace en fonction des réactions liées à ces interactions. Ces méthodes numériques sont particulièrement adaptées pour traiter les problèmes d'usure [Cleary, 1998; Fillot et al, 2007; Kalala et al, 2008]. Les premières applications de la D.E.M. dans le domaine de la coupe concernent la modélisation de l'usure d'outils de coupe [Nouari et al, 2007], l'usinage des roches [Su et al, 2011], des matériaux composites fibreux [Iliescu et al, 2010] et des céramiques [Tan et al, 2009].

## 1.4. Conclusion

Les modèles de coupe analytiques existant ne traitent pas jusqu'à aujourd'hui finement de la coupe 3D. Les modèles éléments finis sont limités dès que l'on passe du 2D

(configuration de coupe orthogonale) au modèle 3D au vu du temps de calcul et du nombre de paramètres d'entrées. L'approche expérimentale permet difficilement de descendre à l'échelle mésoscopique de la coupe et les résultats obtenus ne suffisent pas pour comprendre et maîtriser intégralement les phénomènes de coupe.

Dans le but de prendre en compte les spécificités du fraisage, ce travail de thèse propose une évolution du modèle de coupe jusqu'alors développé au sein de l'équipe I2M. La modélisation permet de prendre en compte les phénomènes générés par la cinématique tridimensionnelle de la technique du fraisage. Ensuite pour compléter cette approche la modélisation thermomécanique de la coupe dans une configuration élémentaire a été améliorée. Le modèle développé permet de cartographier les déformations, les vitesses de déformation, les contraintes et les températures le long de l'arête, dans les zones de cisaillement primaire, secondaire et tertiaire. A l'échelle locale puis globale le torseur des actions mécaniques, la puissance consommée par la coupe sont estimés et comparés à des résultats expérimentaux issus de travaux antérieurs.

# CHAPITRE II

## *Modélisation analytique de l'usinage en configuration de coupe orthogonale*

---

*En se plaçant dans une configuration de coupe orthogonale (vitesse de coupe perpendiculaire à l'arête de coupe...), ce chapitre présente une modélisation des phénomènes qui apparaissent dans les trois zones de coupe (zone de cisaillement primaire, secondaire et de dépouille). Dans chaque zone, les déplacements, déformations et vitesses de déformation sont déterminées à partir de la trajectoire de chaque particule de matière. Ce modèle élémentaire, basé sur une approche thermomécanique, permet de déterminer les efforts générés sur la face de coupe, le long du rayon d'acuité de l'arête et sur la surface de dépouille.*



# Sommaire

2.1.	<i>Introduction.....</i>	45
2.2.	<i>Modélisation de la coupe .....</i>	45
2.2.1.	<i>Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement primaire .....</i>	45
2.2.1.1	<i>Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement primaire .</i>	47
2.2.1.2	<i>Température dans la zone de cisaillement primaire .....</i>	49
2.2.2.	<i>Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement secondaire.....</i>	52
2.2.2.1.	<i>Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement secondaire .....</i>	53
2.2.2.2.	<i>Détermination de la température .....</i>	56
2.2.3.	<i>Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement tertiaire (ou de dépouille).....</i>	58
2.2.3.1.	<i>Description de la zone de cisaillement tertiaire .....</i>	59
2.2.3.2.	<i>Calcul de déformation et de la vitesse de déformation .....</i>	62
2.2.3.3.	<i>Optimisation de la position du point de stagnation.....</i>	63
2.3.	<i>Validation du modèle .....</i>	64
2.3.1.	<i>Modélisation des actions mécaniques de coupe .....</i>	64
2.3.2.	<i>Corrélation expérimentale .....</i>	68
2.4.	<i>Conclusion.....</i>	73



# Nomenclature

$a_p$  : Profondeur de passe ( $m$ ).

$f$  : Avance ( $m$ ).

$V_c$  : Vitesse de coupe ( $m.s^{-1}$ ).

$V_f$  : vitesse d'avance ( $m.s^{-1}$ ).

$A, B, C, n, m$  : Paramètres de la loi de comportement de Johnson Cook.

## Paramètres liés à la zone de cisaillement primaire :

$(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : Repère de base lié à la coupe.

$(O, \vec{x}_\varphi, \vec{y}_\varphi, \vec{z}_\varphi)$  : Repère lié à la zone de cisaillement primaire.

$\gamma_0$  : Angle de coupe mesuré dans le plan orthogonal de l'outil ( $^\circ$ ).

$M, M'$  : Point appartenant à la trajectoire déformée, point appartenant à la trajectoire non déformée.

$V_M$  : Vitesse normale à la zone de cisaillement primaire au point  $M$  ( $m.s^{-1}$ ).

$x_\varphi, y_\varphi$  : Coordonnées d'un point dans la trajectoire déformée ( $m$ ).

$x_{\varphi,nd}, y_{\varphi,nd}$  : Coordonnées d'un point dans la trajectoire non déformée ( $m$ ).

$U$  : Vecteur de déplacement.

$\bar{\bar{\varepsilon}}$  : Tenseur de déformation.

$P$  : Puissance ( $W$ ).

$\sigma_{eq}$  : Contrainte équivalente ( $MPa$ ).

$\varepsilon_{eq}$  : Déformation équivalente.

$\dot{\varepsilon}_{eq}$  : Vitesse de déformation équivalente ( $s^{-1}$ ).

$T(M)$  : Température au point  $M$  ( $^\circ C$ ).

$v_1$  : Volume de la zone de cisaillement primaire ( $m^3$ ).

$K_{th}$  : Conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ).

$a$  : Diffusivité thermique ( $m^2.s^{-1}$ ).

$r_\beta$  : Rayon d'acuité ( $m$ ).

$b$  : Largeur de coupe ( $m$ ).



**Paramètres liés à la zone de cisaillement secondaire :**

$(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  : Repère lié à la zone de cisaillement secondaire.

$\alpha.l_c, \delta t_2$  : Longueur de contact, épaisseur de la zone de cisaillement secondaire (m).

$V_{cop}, V_{y_c}, V_{x_c}$  : Vitesse du copeau, vitesse perpendiculaire à la face de coupe, vitesse parallèle à la face de coupe ( $m.s^{-1}$ ).

$P_0, P_{nd}, P_d$  : Position initiale d'un élément de volume, position non déformée, position déformée.

$u_1, u_2$  : Composantes du vecteur déplacement (m).

$x_d, y_d$  : Coordonnées d'un point dans la trajectoire déformée (m).

$x_{nd}, y_{nd}$  : Coordonnées d'un point dans la trajectoire non déformée (m).

$y_s$  : Ordonnée du point de stagnation (m).

$T_{sec}, T_{fus}, T_0$  : Température dans la zone de cisaillement secondaire, température de fusion, température initiale ( $^{\circ}C$ ).

$\dot{\epsilon}_0$  : Vitesse de déformation de référence ( $s^{-1}$ ).

**Paramètres liés à la zone de cisaillement tertiaire :**

$U_b, U_h$  : Déplacement au-dessus et au-dessous du point de stagnation (m).

$\epsilon_{eqb}, \epsilon_{eqh}$  : Déformation équivalente au-dessus et au-dessous du point de stagnation.

$\epsilon_{1b}, \epsilon_{2b}, \epsilon_{3b}$  : Composantes de la déformation équivalente au-dessous du point de stagnation.

$\epsilon_{1h}, \epsilon_{2h}$  : Composantes de la déformation équivalente au-dessus du point de stagnation.

$\dot{\epsilon}_{eqb}, \dot{\epsilon}_{eqh}$  : Vitesse de déformation au-dessus et au-dessous du point de stagnation ( $s^{-1}$ ).

$P_{s1}, P_{s2}$  : Puissance surfacique au-dessus et au-dessous du point de stagnation ( $W.m^{-2}$ ).

## 2.1. Introduction

Compte tenu de la complexité des phénomènes physiques présents en usinage, la coupe orthogonale [Merchant, 1945] a été la configuration la plus exploitée pour modéliser la coupe [Cahuc et al, 2001], [Dargnat, 2006]. Dans la configuration réelle de coupe (en 3D), les paramètres d'entrée en configuration de coupe orthogonale ne sont pas constants et dépendent de la position sur l'arête de coupe afin de récupérer les efforts élémentaires. La Figure 2-1 présente une configuration de coupe orthogonale.

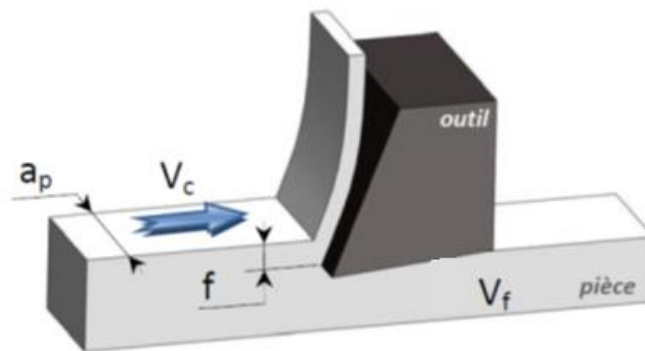


Figure 2-1. Configuration de coupe orthogonale [Albert, 2010].

En se plaçant dans cette dernière configuration de coupe, la suite présente une modélisation des phénomènes qui apparaissent dans les trois zones de coupe identifiées (zone de cisaillement primaire, secondaire et tertiaire ou de dépouille) [Merchant, 1945]. Dans chaque zone, les déplacements, les déformations et les vitesses de déformation sont déterminés à partir de la trajectoire de chaque particule de matière. Dans ce chapitre, un nouveau modèle de coupe orthogonale est ainsi proposé. Les calculs présentés dans la thèse sont faits pour un 42CrMo4 dont les propriétés sont données en l'annexe (Tableau A-2) [Hamann et al, 1996].

## 2.2. Modélisation de la coupe

### 2.2.1. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement primaire

Le long de la zone de cisaillement primaire, l'élément de volume passe de la pièce vers le copeau. Des déplacements importants de la matière génèrent des déformations et des vitesses de déformation élevées le long de l'épaisseur de la bande de cisaillement.

Un point matériel passant par la zone de cisaillement primaire suit une trajectoire hyperbolique [Oxley, 1961; Dargnat, 2006], comme le présente la Figure 2-2. La composante de la vitesse parallèle au plan de cisaillement est supposée constante.

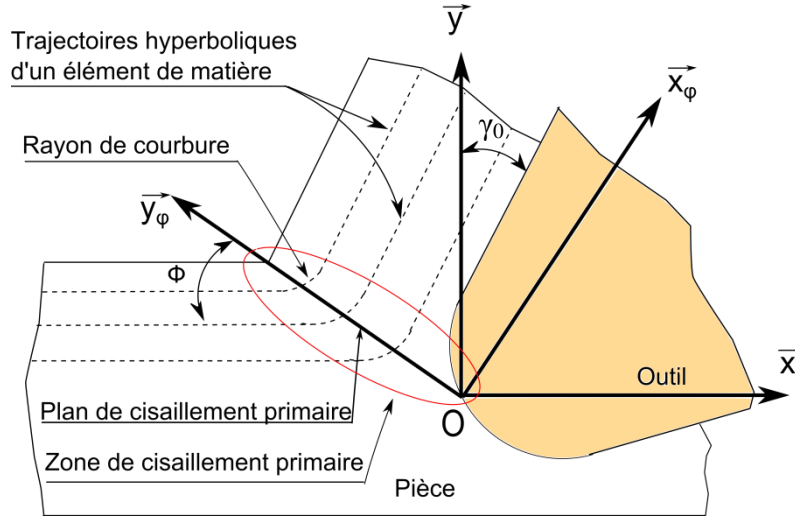


Figure 2-2. Trajectoire d'une particule passant par la zone de cisaillement primaire [Dargnat, 2006].

Pour déterminer la déformation et la vitesse de déformation de la matière dans les différentes zones de cisaillement, en se basant sur les travaux d'Oxley [Oxley, 1961] de Dargnat [Dargnat, 2006], la zone de cisaillement primaire n'est pas limitée entre deux plans parallèles au plan de cisaillement, mais l'épaisseur de cette zone pourra être reliée à la courbure minimale de l'hyperbole. Dans le repère lié au plan de cisaillement  $(O, \vec{x}_\phi, \vec{y}_\phi)$  l'hyperbole est exprimée par les équations paramétriques suivantes, définissant l'ensemble des positions déformées :

$$x_\phi = s \cdot \cos(\phi - \gamma_0) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} , \quad (2.1)$$

$$y_\phi = s \cdot \sin(\phi - \gamma_0) + \frac{y_0}{\sin(\phi)} + \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} . \quad (2.2)$$

Dans ces équations, la demie hyperbole est décrite quand le paramètre  $s$  varie entre 0 et  $+\infty$ ,  $y_0$  est l'ordonnée de la position non déformée et  $k$  lié au rayon de courbure minimale  $R_{\min}$  de l'hyperbole déterminé par :

$$R_{\min} = \frac{\sqrt{2k} \cdot (1 + \sin(\gamma_0))^{\frac{3}{2}}}{\cos(\gamma_0)} . \quad (2.3)$$

Les équations des droites représentant les trajectoires non déformées peuvent s'écrire dans le repère  $(O, \vec{x}_\phi, \vec{y}_\phi)$  de la manière suivante :

$$x_{\phi,nd} = s \cdot \cos(\phi - \gamma_0) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} , \quad (2.4)$$

$$y_{\phi,nd} = -\cotg(\phi) \cdot \left( s \cdot \sin(\phi - \gamma_0) - \frac{k \cdot \sin(\phi)}{s} \right) + \frac{y_0}{\sin(\phi)} . \quad (2.5)$$

Dans ce travail, le rayon moyen de l'hyperbole ( $R_m$ ) est calculé en considérant un cercle et dont les deux asymptotes sont :

- la droite parallèle à la vitesse de coupe qui présente la trajectoire de chaque particule à l'entrée de la zone de cisaillement primaire,
- la droite parallèle à la face de coupe qui présente la trajectoire de chaque particule à la sortie de la zone de cisaillement primaire.

Ce rayon moyen est alors de la forme :

$$R_m = \frac{f \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma_0}{2}\right)^2}{2 \cdot (1 - \sin(\gamma_0))} . \quad (2.6)$$

### 2.2.1.1 Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement primaire

Le vecteur déplacement est égal à la différence entre la position déformée et la position non déformée. L'ensemble des positions déformées est donné par les équations paramétriques (2.1) et (2.2). Les positions non déformées (hors de la zone de cisaillement tertiaire) sont portées par les droites  $y = y_0$  et correspondent à l'asymptote aux hyperboles ( $s$  tend vers 0). Pour les trajectoires non déformées, la vitesse est constante et égale à la vitesse de coupe  $V_c$  (Figure 2-3).

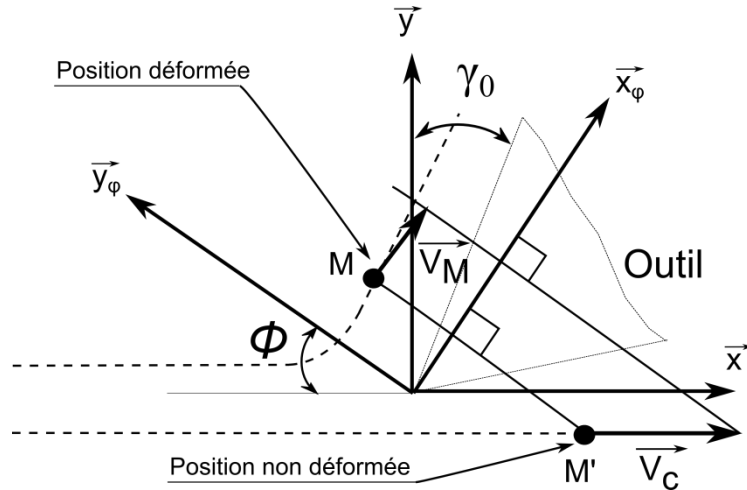


Figure 2-3. Trajectoire et vitesses de matière déformée et non déformée [Dargnat, 2006].

Dans cette configuration le rayon d'acuité est supposé nul et on ne tient pas compte de la zone de cisaillement tertiaire. La projection des vitesses des points  $M$  et  $M'$  sur la

direction  $\vec{x}_\phi$  est égale à une constante [Tay, 1976],[Oxley, 1988] ce qui n'engendre pas de déplacement le long de cette direction. Le vecteur déplacement est donné par:

$$\vec{U} : \begin{bmatrix} x_\phi - x_{\phi,nd} \\ y_\phi - y_{\phi,nd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{s \cdot \cos(\gamma_0)}{\sin(\phi)} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \overline{\text{grad}U} + \overline{\text{grad}U}^T \right). \quad (2.8)$$

En appliquant l'opérateur de dérivation spatiale donné par (2.8), la seule composante de dérivation non nulle est la composante de cisaillement dont l'expression est la suivante :

$$\varepsilon_{x_\phi y_\phi} = \frac{\cos(\gamma_0) \cdot \left( x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sin(\phi)} \right)}{4 \cdot \cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sin(\phi) \sqrt{x_\phi^2 + 4 \cdot k \cdot \cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sin(\phi)}}. \quad (2.9)$$

Afin d'illustrer ce résultat, pour une vitesse de coupe de  $1 \text{ m.s}^{-1}$  ( $60 \text{ m.min}^{-1}$ ) et une avance de  $0,2 \text{ mm}$ , la variation de la déformation équivalente en fonction de l'angle de coupe  $\gamma_0$  est représentée sur la Figure 2-4.

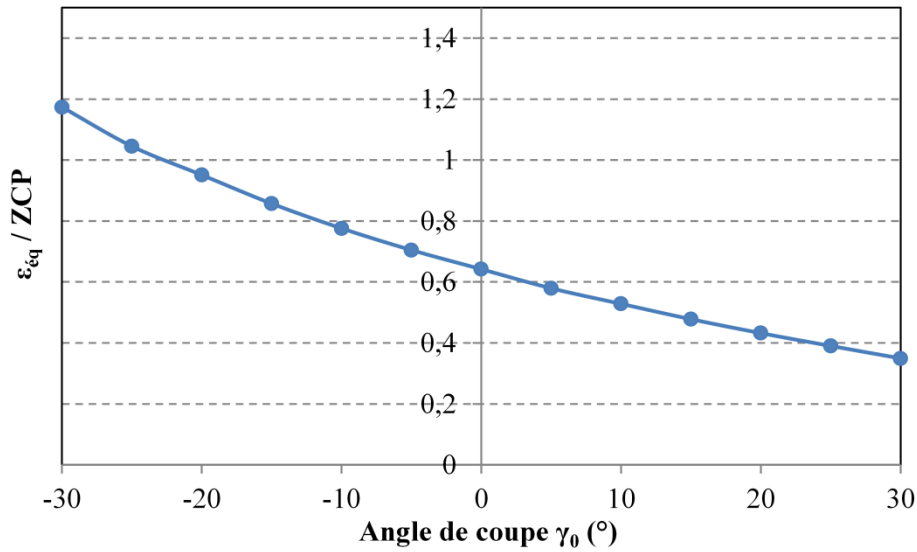


Figure 2-4. Évolution de la déformation équivalente en fonction de l'angle de coupe  
( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

Les outils à angle de coupe positifs engendrent, dans la zone de cisaillement primaire, un plus faible niveau de déformation contrairement à ceux ayant un angle de coupe négatif.

La vitesse de déformation est déterminée en appliquant le même opérateur de dérivée spatiale sur le champ de vitesses [Dargnat, 2006]. La composante non nulle du tenseur des vitesses de déformation prenant la forme suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{x_\phi y_\phi} = \frac{4.V_c.k.\sin(\phi)}{\sqrt{x_\phi^2 + f(\phi, \gamma_0)}} \cdot \frac{\cos(\gamma_0) \cdot \left(x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + f(\phi, \gamma_0)}\right)^2}{\left(f(\phi, \gamma_0) + \left(x_\phi + \sqrt{x_\phi^2 + f(\phi, \gamma_0)}\right)^2\right)^2}, \quad (2.10)$$

avec 
$$f(\phi, \gamma_0) = 4.k.\cos(\phi - \gamma_0).\sin(\phi). \quad (2.11)$$

La Figure 2-5 présente, pour les mêmes paramètres que précédemment, la variation de la vitesse de déformation généralisée en fonction de l'angle de coupe.

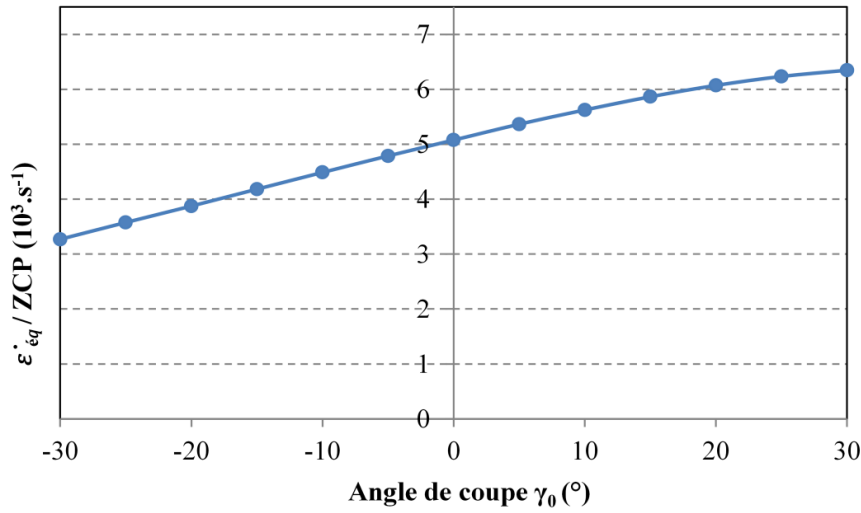


Figure 2-5. Évolution de la vitesse de déformation équivalente en fonction de l'angle de coupe ( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

On constate que la diminution de la déformation est accompagnée logiquement d'une augmentation de la vitesse de déformation en passant des angles de coupe négatifs vers les angles de coupe positifs.

### 2.2.1.2 Température dans la zone de cisaillement primaire

Dans le calcul thermique, il est considéré que la puissance mécanique est convertie en totalité en puissance thermique [Cahuc et al, 2001]. Du fait des vitesses de déformation importantes, le système est supposé adiabatique et la contrainte équivalente est indépendante de la température dans cette zone. L'équilibre énergétique se traduit par :

$$\dot{Q}(\phi_1) + \dot{Q}(\phi_2) = \iiint \sigma(M) \cdot \dot{\varepsilon}(M) \cdot dv(M) . \quad (2.12)$$

où  $\dot{Q}(\phi_1)$  est la puissance thermique dissipée dans la pièce et  $\dot{Q}(\phi_2)$  la puissance thermique dissipée dans le copeau. La puissance mécanique dans la zone de cisaillement primaire est le produit de la contrainte équivalente, de la vitesse de déformation généralisée et du volume de cette zone.

$$P = \sigma_{eq} \cdot \dot{\epsilon}_{eq} \cdot V_1 . \quad (2.13)$$

S'inspirant des travaux de Hahn [Hahn, 1951], qui considère la pièce et le copeau comme un seul corps appartenant à un milieu semi-infini, Komanduri et Hou [Komanduri et al, 2001] utilisent le même principe de modélisation et assimilent la bande de cisaillement primaire à une bande de chaleur de longueur  $L$  et de largeur infinie (largeur de coupe  $a_p$  très supérieure aux autres dimensions) inclinée d'un angle  $\phi$  et se déplaçant parallèlement à la frontière du milieu semi infini à la vitesse de coupe  $V_c$  (Figure 2-6).

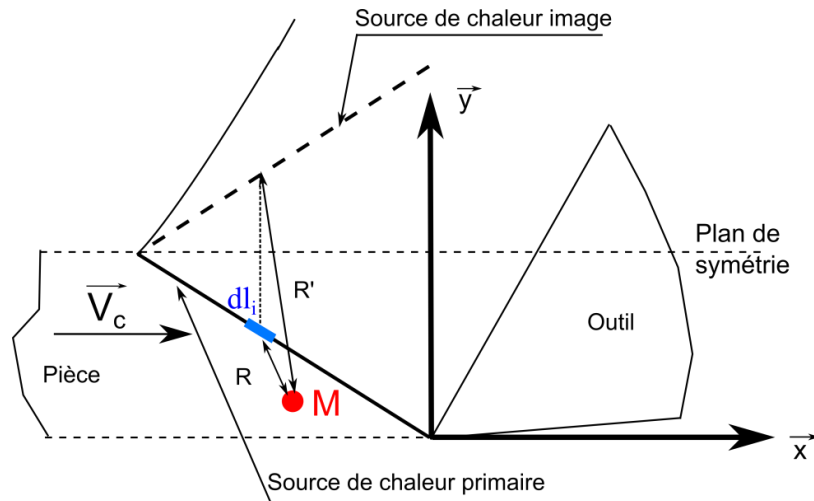


Figure 2-6. Détermination de la température dans la zone de cisaillement primaire pour un point côté pièce [Komanduri et al, 2001].

Pour Hahn, [Hahn, 1951] la température, en un point  $M$  du milieu, due à une source linéaire d'intensité  $\varphi (W.mm^{-2})$  se déplaçant à une vitesse  $V_c$  dans un milieu infini s'exprime par :

$$T(M) = \frac{\varphi}{2.\pi.\lambda} e^{-\frac{X.V_c}{2.a}} . K_0 \left( \frac{R.V_c}{2.a} \right) . \quad (2.14)$$

Avec :

$R$  : distance du point  $M$  à la source de chaleur,

$X$  : projection de la distance  $R$  dans la direction de déplacement,

$K_0$  : fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 0,

$\lambda$  : conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ),

Afin de tenir compte de la coupe d'une façon plus réaliste, Komanduri et Hou [Komanduri et al, 2001] considèrent la pièce et le copeau comme étant un milieu semi infini. Dans le cas de l'usinage à sec, une source de chaleur image, symétrique à la première par rapport à la frontière (surface initiale de la pièce) contribue à la génération de la température (Figure 2-6). La température au point M due à l'apport de l'ensemble des segments  $dl_i$  est alors de la forme:

$$T(M) = \frac{\varphi}{2\pi\lambda} \int_{l_i=0}^{l_i} e^{-\frac{X \cdot V_c}{2 \cdot a}} \cdot \left[ K_0 \cdot \left( \frac{R \cdot V_c}{2 \cdot a} \right) + K_0 \cdot \left( \frac{R' \cdot V_c}{2 \cdot a} \right) \right] \cdot dl_i . \quad (2.15)$$

Pour une vitesse de coupe de  $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$  et une avance de  $f_z = 0.2 \text{ mm}$  et le matériau considéré dans ce travail (42CrMo4 cf page 151), l'évolution de la température moyenne (2.15) en fonction de l'angle de coupe est présentée sur la Figure 2-7.

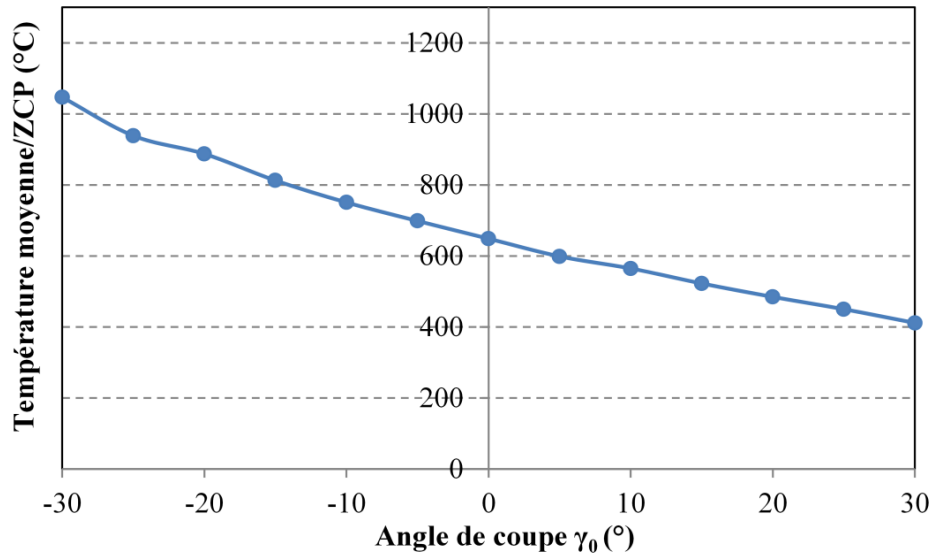


Figure 2-7. Température moyenne dans la ZCP en fonction de l'angle de coupe  
( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

La Figure 2-7 montre que l'usinage avec un outil à angle de coupe positif engendre une température moyenne plus faible qu'un outil à angle de coupe négatif. L'augmentation de température en passant des angles de coupe positifs aux angles négatifs est due à l'augmentation de la déformation et des phénomènes de frottement dans la matière plus intenses.

La minimisation de la puissance volumique dans la zone du cisaillement primaire permet de déterminer l'angle de cisaillement  $\phi$  optimum pour une configuration de coupe donnée.



Le diagramme de la Figure 2-8 décrit les étapes de cette optimisation.

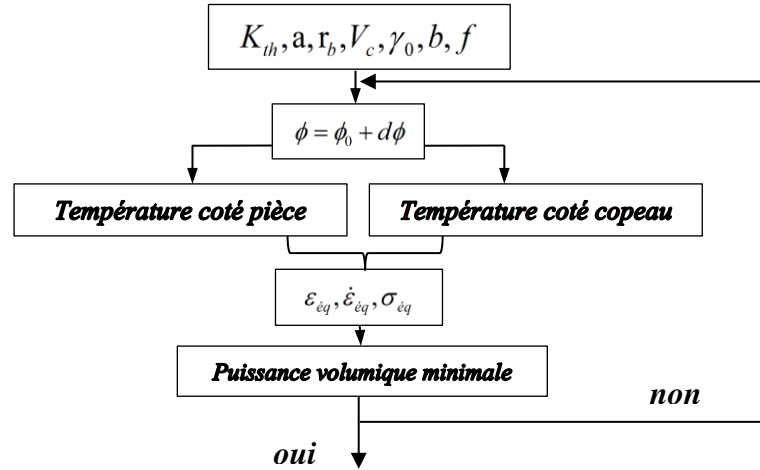


Figure 2-8. Organigramme de minimisation de puissance dans la zone du cisaillement primaire.

Le paragraphe suivant est consacré à l'étude de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température dans la zone de cisaillement secondaire.

### 2.2.2. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement secondaire

Afin de tenir compte de la compression de la matière sur la face de coupe, la modélisation considère que chaque particule entrant dans la zone de cisaillement secondaire suit une trajectoire curviligne comme la présente la Figure 2-9. En effet, le long de la surface de contact outil-copeau, la vitesse de glissement  $V_g$  est supposée varier linéairement en partant d'un contact collant à la pointe de l'outil jusqu'à une vitesse égale à la vitesse de copeau [Marinov, 2001]. Cette vitesse est supposée varier linéairement en fonction de  $V_{cop}$  avec :

$$V_g = \xi \cdot V_{cop} \quad (2.16)$$

La composante de vitesse portée par  $\vec{x}_c$  [Dargnat, 2006] s'écrit en fonction de coordonnées adimensionnelles  $\zeta$  et  $\xi$ , respectivement sur les axes  $\vec{y}_c$  et  $\vec{x}_c$ , de la forme :

$$V_{x_c}(\xi, \zeta) = V_{cop} \cdot \left( 1 - (1 - \xi) \cdot (1 - \zeta) \cdot \left( 1 - \frac{V_g}{V_{cop}} \right) \right) \quad (2.17)$$

avec :

$$\xi = \frac{x_c}{\alpha \cdot l_c}, \zeta = \frac{y_c \cdot (1 - \xi)}{\delta \cdot t_2} \quad (2.18)$$

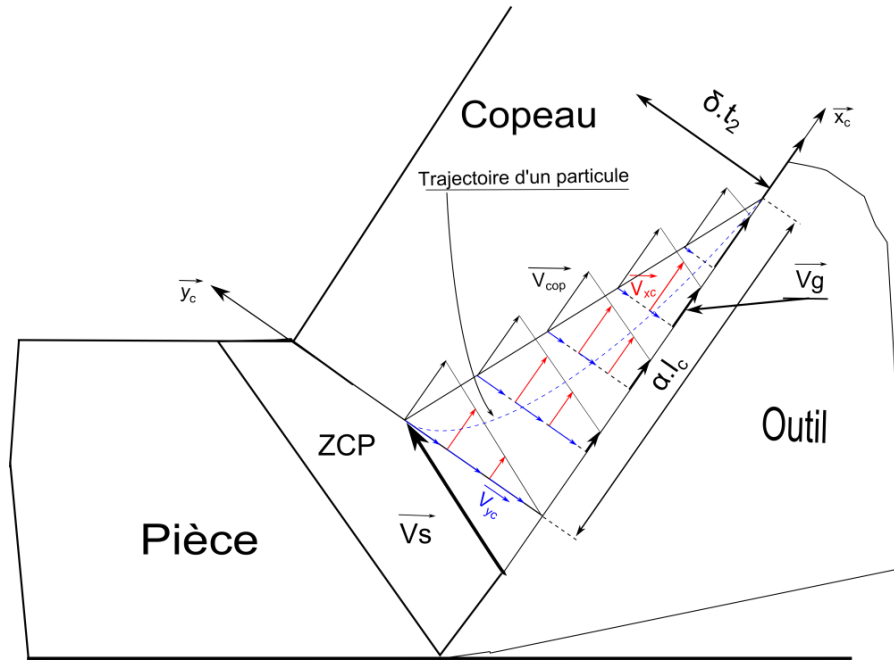


Figure 2-9. Trajectoire d'un élément de volume dans la zone de cisaillement secondaire.

Afin de mettre en évidence la trajectoire d'un point matériel entrant dans la zone de cisaillement secondaire (en tenant compte du frottement au niveau de l'interface outil copeau), une composante de vitesse portée par l'axe  $\vec{y}_c$  perpendiculaire à la surface de coupe variant linéairement en fonction de  $x_c$  est étudiée.

La composante de vitesse portée par  $\vec{y}_c$  s'écrit en fonction de coordonnées adimensionnelles  $\zeta$  et  $\xi$ , de la forme :

$$V_{y_c}(\xi) = (1 - \xi) \cdot V_s \cdot \cos(\phi - \gamma_0) , \quad (2.19)$$

où  $V_s$  est la vitesse de glissement dans la zone de cisaillement primaire. Cette vitesse, définie par Merchant [Merchant, 1945], ne dépend pas du paramètre  $\vec{y}_\phi$  :

$$V_s = V_c \cdot \frac{\cos(\gamma_0)}{\cos(\gamma_0 - \phi)} , \quad (2.20)$$

### 2.2.2.1. Déformation et vitesse de déformation dans la zone de cisaillement secondaire

L'écoulement d'une particule de matière entrant dans la zone de cisaillement secondaire est présenté sur la Figure 2-9. La détermination de la déformation et de la vitesse de déformation commence par le calcul du déplacement  $U$  en chaque point de la trajectoire.

Ce déplacement correspond à la différence entre la position non déformée  $P_{nd}(x_{nd}, y_{nd})$  (position d'un point sur la trajectoire d'écoulement) et la position, au même instant  $t$ , de la position déformée  $P_d(x_d, y_d)$  (Figure 2-10).

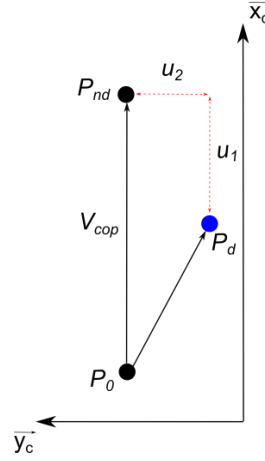


Figure 2-10. Positions déformée  $P_d$  et non déformée  $P_{nd}$  d'un point matériel à l'instant  $t$ .

$$\vec{U} : \begin{bmatrix} u_1(x_d, y_d) \\ u_2(x_d, y_d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d - x_{nd} \\ y_d - y_{nd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c - \frac{V_{cop} \cdot \xi}{(1 - \xi)} \cdot \frac{y_c}{V_c} \\ -\xi \cdot y_c \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

En appliquant l'opérateur de dérivation spatiale (2.8), le tenseur de déformation est obtenu à partir du champ des déplacements exprimé par la relation suivante :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{V_{cop} \cdot \alpha \cdot l_c \cdot y_c}{V_s \cdot (x_c - \alpha \cdot l_c)^2} & \frac{V_{cop} \cdot x_c}{V_s \cdot (x_c - \alpha \cdot l_c)^2} \\ -\frac{y_c}{\alpha \cdot l_c} & -\xi \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Le passage de la grandeur tensorielle à la grandeur généralisée donne l'expression de la déformation équivalente donnée par l'équation (2.23) :

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} + \frac{2 \cdot \xi}{3} - \frac{y_c \cdot V_{cop}}{3 \cdot \alpha \cdot V_s \cdot l_c \cdot (\xi - 1)^2} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{2}{3} + \frac{\xi}{3} - \frac{2 \cdot y_c \cdot V_{cop}}{3 \cdot \alpha \cdot V_s \cdot l_c \cdot (\xi - 1)^2} \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{y_c}{2 \cdot \alpha \cdot l_c} - \frac{\xi \cdot V_{cop}}{2 \cdot V_s \cdot (\xi - 1)^2} \right)^2}. \quad (2.23)$$

Pour les mêmes conditions de coupe citées dans le paragraphe 2.2.1.1, la variation de la déformation équivalente en fonction de l'angle de coupe est présentée sur la Figure 2-11.

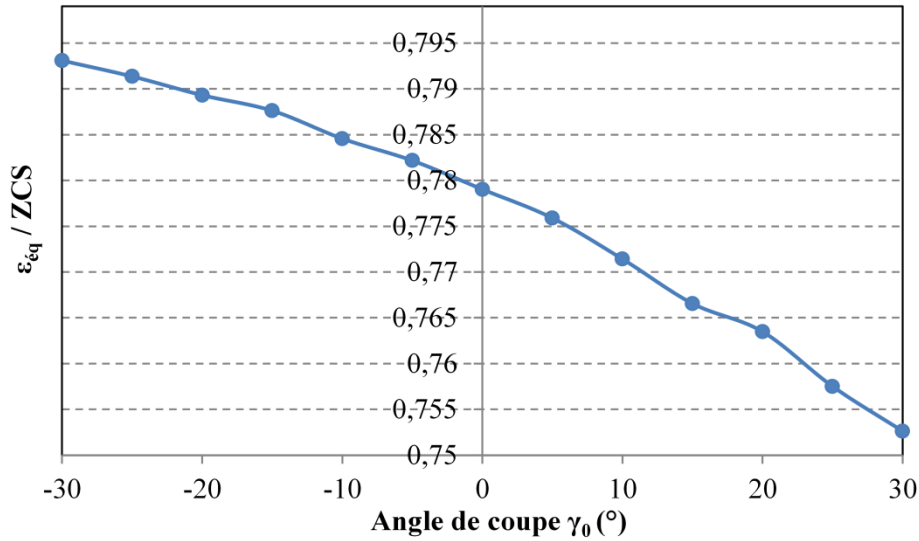


Figure 2-11. Variation de la déformation équivalente en fonction de l'angle de coupe dans la ZCS ( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

La déformation équivalente est décroissante en fonction de l'angle de coupe, elle est moins sensible à l'angle de coupe que dans la zone de cisaillement primaire.

En raison de la grande déformation (domaine de déformation plastique) du matériau, la vitesse de déformation ne s'obtient pas par une dérivation temporelle de la déformation mais par une dérivation spatiale du champ des vitesses. La vitesse de déformation équivalente s'écrit sous la forme:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{éq}} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{cop}}}{3 \cdot \alpha \cdot l_c} \cdot (\xi - 1) \cdot \left( 1 + \frac{y_c \cdot (\xi - 1)}{\delta \cdot t_2} \right) + \frac{2 \cdot y_c \cdot V_{\text{cop}} \cdot (\xi - 1)^2}{3 \cdot \alpha \cdot l_c \cdot \delta \cdot t_2} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{2 \cdot V_{\text{cop}}}{3 \cdot \alpha \cdot l_c} \cdot (\xi - 1) \cdot \left( 1 + \frac{y_c \cdot (\xi - 1)}{\delta \cdot t_2} \right) + \frac{y_c \cdot V_{\text{cop}} \cdot (\xi - 1)^2}{3 \cdot \alpha \cdot l_c \cdot \delta \cdot t_2} \right)^2 + \frac{4}{3} \cdot \left( \frac{V_s}{2 \cdot \alpha \cdot l_c} + \frac{V_{\text{cop}} \cdot (\xi - 1)^3}{2 \cdot \delta \cdot t_2} \right)^2} \quad (2.24)$$

La Figure 2-12 représente la variation de la vitesse de déformation généralisée en fonction de l'angle de coupe pour les mêmes paramètres.

La vitesse de la déformation généralisée augmente avec l'angle de coupe. Sa valeur est inférieure à celle dans la zone de cisaillement primaire. Cette diminution est due à une diminution de la déformation et une augmentation de la température.

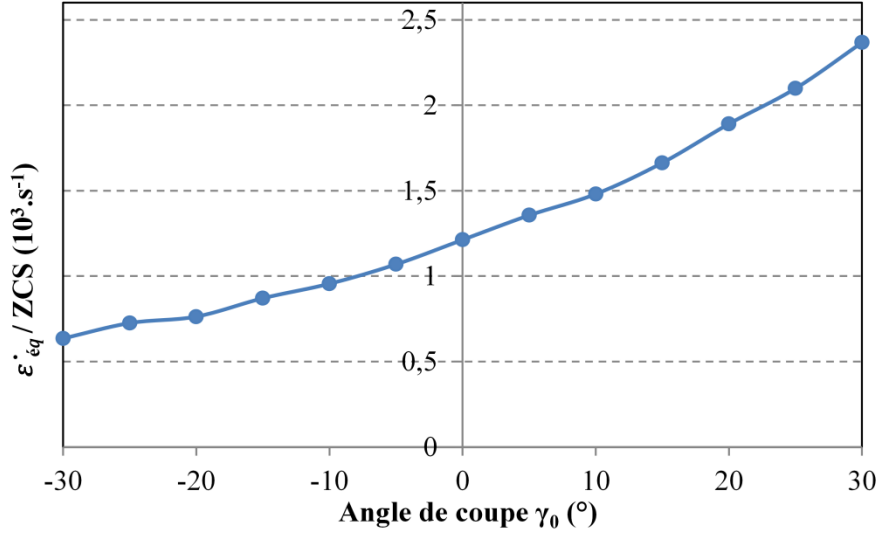


Figure 2-12. Variation de la vitesse de déformation en fonction de l'angle de coupe  
( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

#### 2.2.2.2. Détermination de la température

La puissance mécanique ( $P$ ) dans la zone de cisaillement secondaire est la somme d'un terme dû à la déformation plastique et un autre dû au frottement du copeau sur la face de coupe :

$$P = \sigma_{eq} \cdot \dot{\epsilon}_{eq} \cdot v_2 + \mu \cdot F_{sc2} \cdot V_g, \quad (2.25)$$

avec  $v_2$  le volume de la zone de cisaillement secondaire,  $F_{sc2}$  effort normal sur la surface de contact entre le copeau et la face de coupe et  $V_g$  la vitesse de glissement entre les deux solides. Pour un 42CrMo4 et un outil en carbure revêtu, le coefficient de frottement  $\mu$  est déterminé, en fonction de la vitesse moyenne de glissement, par la formulation de Zemzemi [Zemzemi, 2007] issue d'essais de frottement à différentes vitesses avec l'hypothèse que le revêtement de l'outil ne change pas considérablement le coefficient de frottement. Pour ce même matériau, la contrainte équivalente est évaluée à partir d'une loi de comportement thermo-visco-plastique avec écrouissage de type Johnson-Cook [Changeux, 2001] :

$$\sigma_{eq} = \left( A + B \cdot \mathcal{E}_{eq}^n \right) \cdot \left( 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right) \cdot \left( 1 - \left( \frac{T_{sec} - T_0}{T_{fus} - T_0} \right)^m \right). \quad (2.26)$$

Le terme source volumique  $Q_2$  généré dans la zone de cisaillement secondaire est la somme du terme dû au cisaillement et du terme dû au frottement [Puigsegru, 2002] :

$$Q_2 = \sigma_{eq} \cdot \dot{\epsilon}_{eq} + \frac{\mu \cdot F_{sc2} \cdot V_g}{v_2}. \quad (2.27)$$

Le modèle de Komanduri et Hou [Komanduri et al, 2001] est utilisé pour déterminer la température moyenne dans la zone de cisaillement secondaire (Figure 2-13). Le copeau est considéré comme un milieu semi infini. La source de chaleur a une longueur  $\alpha.l_c$ .

$\alpha$  est le pourcentage de longueur de contact [Moufki et al, 2004a] qui génère la chaleur. Sa valeur est comprise entre 0,8 et 0,9 dans la littérature [Dargnat, 2006]. Cette source se déplace à la vitesse du copeau  $V_{cop}$  et d'intensité  $\phi_2' = \phi_2 - \phi_0$ , avec  $\phi_0$  la densité de flux de chaleur dissipée dans l'outil. Sa valeur est estimée dans les travaux de Puigsegur [Puigsegur, 2002].

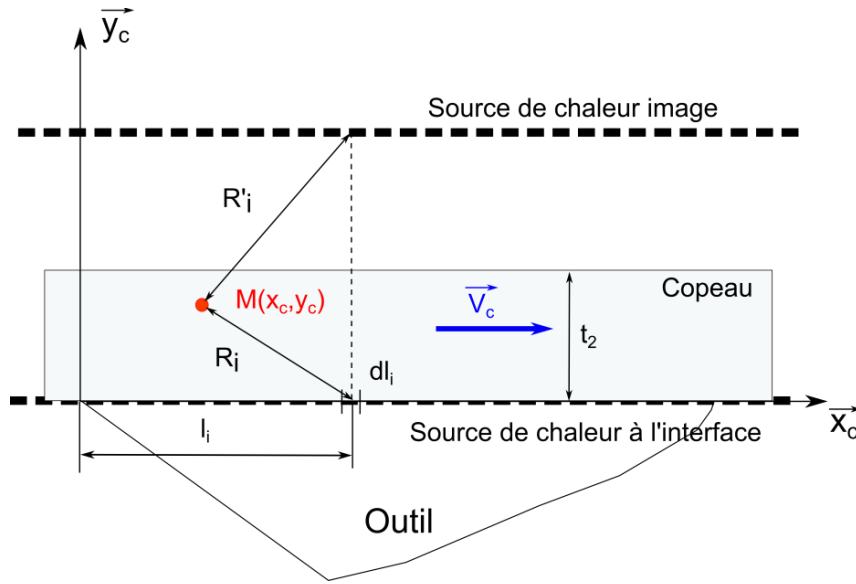


Figure 2-13. Modèle d'analyse thermique du copeau [Komanduri et al, 2001].

La température au point  $M(x_c, y_c)$  dans le copeau est obtenue par une intégration entre 0 et  $\alpha.l_c$  de la température due aux segments élémentaires  $dl_i$  de la source de chaleur primaire à la distance  $R_i$  et  $R_i'$  de la source de chaleur image.

$$R_i = \sqrt{(l_i - x_c)^2 + y_c^2}, \quad (2.28)$$

$$R_i' = \sqrt{(l_i - x_c)^2 + (2.t_2 - y_c)^2}, \quad (2.29)$$

$$T(M) = \frac{\phi_2'}{\pi \cdot K_{th}} \int_0^{\alpha.l_c} e^{\frac{(x_c - l_i) \cdot V_{cop}}{2.a}} \cdot \left[ K_0 \cdot \left( \frac{R_i \cdot V_{cop}}{2.a} \right) + K_0 \cdot \left( \frac{R_i' \cdot V_{cop}}{2.a} \right) \right] \cdot dl_i. \quad (2.30)$$

Un exemple de variation de la température en fonction de l'angle de coupe est présenté sur la Figure 2-14.

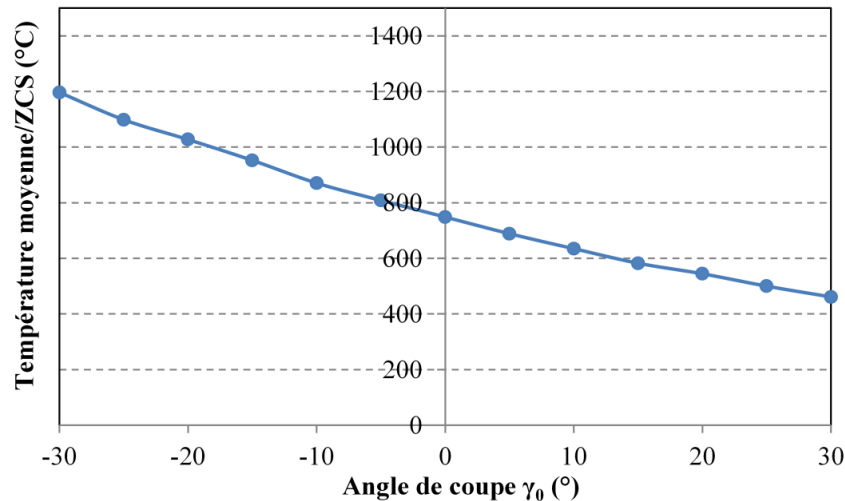


Figure 2-14. Variation de température moyenne en fonction de l'angle de coupe  
 $(V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}, f = 0,2 \text{ mm})$ .

La température moyenne dans la zone de cisaillement secondaire est supérieure à celle dans la zone de cisaillement primaire. L'augmentation est générée par le cisaillement et du frottement important de la matière dans la zone secondaire au niveau de l'interface outil/matière. L'épaisseur du cisaillement secondaire  $\delta$  est optimisée par des calculs itératifs pour déterminer la température moyenne ( $T(M)$ ) calculée par le modèle de transfert thermique dans cette zone, la Figure 2- 15 présente les étapes de cette optimisation.

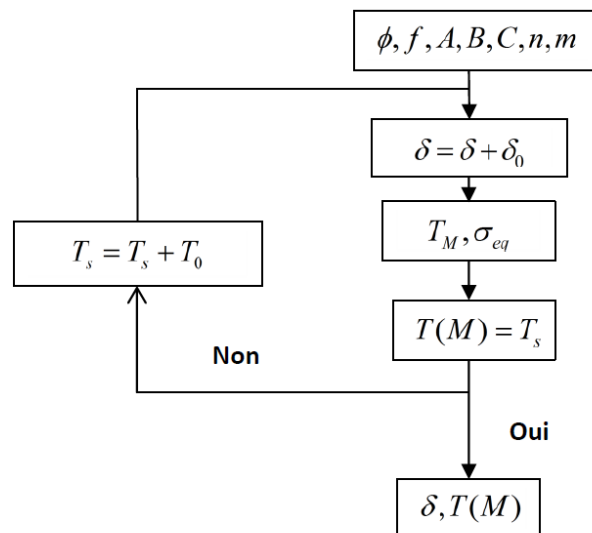


Figure 2- 15. Optimisation de l'épaisseur du cisaillement secondaire

### 2.2.3. Modélisation du chargement thermomécanique dans la zone de cisaillement tertiaire (ou de dépouille)

Au niveau de l'acuité de l'outil, une partie de la matière est évacuée le long de la face de dépouille. Un retour élastique se produit sur la surface libre de matière usinée. D. Germain

[Germain, 2011] considère que les contraintes sur la face de dépouille sont des prolongations des actions sur la face de coupe et que la distribution de la contrainte normale est uniforme le long de la zone de cisaillement tertiaire. Dans les paragraphes suivants, une nouvelle modélisation de cette zone est détaillée.

### 2.2.3.1. Description de la zone de cisaillement tertiaire

La section de l'outil dans le plan de calcul est représentée par un arc de cercle dont les deux asymptotes sont la face de dépouille et la face de coupe (Figure 2-16). La zone de cisaillement tertiaire est décrite par les paramètres suivants :

$d_a$  : profondeur de la zone déformée plastiquement,

$r_\beta$  : rayon d'acuité d'arête,

$\alpha_0$  : angle de dépouille.

Les équations des trajectoires à l'interface outil-matière  $y_{intb}$  et  $y_{inth}$ , respectivement au-dessous et au-dessus du point de stagnation dont la détermination des coordonnées est définie p63 §2.2.3.3, en fonction des coordonnées d'un point dans la zone de cisaillement sont de la forme :

$$y_{intb}(x_a) = r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \text{ pour } y_a < y_s, \quad (2.31)$$

$$y_{inth}(x_a) = r_y + \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \text{ pour } y_a > y_s. \quad (2.32)$$

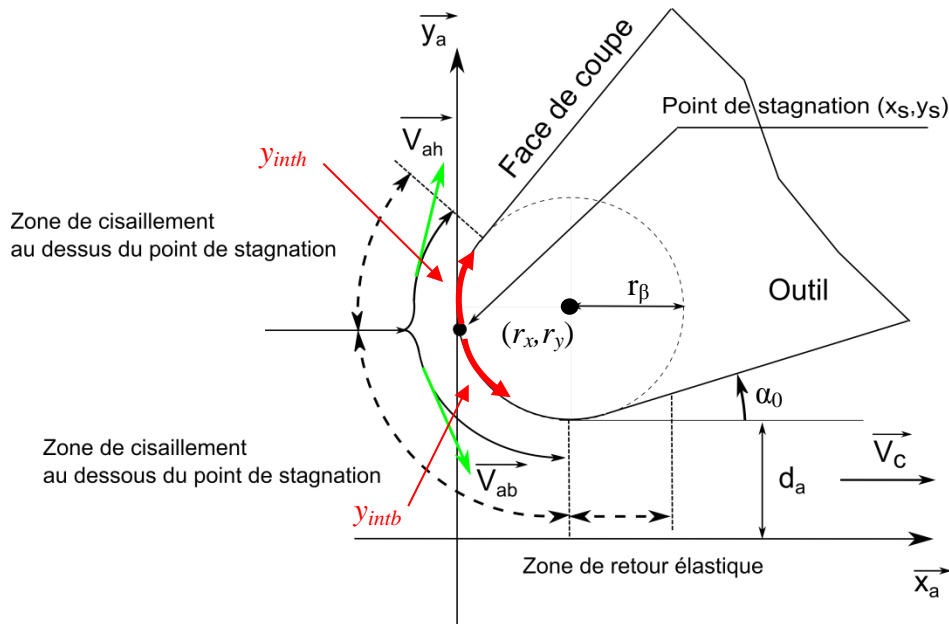


Figure 2-16. Modélisation de la zone de cisaillement tertiaire.

Dans cette étude on considère trois zones inter-faciales de contact (Figure 2-16) :



- Une zone de cisaillement au-dessus du point de stagnation  $S$ , pour laquelle l'écoulement de la matière est dirigé sur la face de coupe.
- Une zone de cisaillement au-dessous du point de stagnation  $S$ , pour laquelle l'écoulement de la matière est dirigé sur la face de dépouille.
- Une zone de retour élastique de la matière sur la face de dépouille.

Les vitesses sur chaque trajectoire ( $V_{ah}, V_{ab}$ ) sont tangentes à l'arc de cercle et la composante horizontale est égale à la vitesse de coupe. L'évolution de la vitesse verticale est décroissante avec une forme quadratique en partant de l'interface vers la fin de la zone affectée par la déformation (épaisseur  $d_a$ ). Le champ des vitesses s'écrit alors :

$$\overrightarrow{V}_{ab}(x_a, y_a) = V_c \cdot \left( \overrightarrow{x}_a - \frac{dy_{intb}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{intb}(x_a)} \right)^2 \overrightarrow{y}_a \right); \frac{dy_{intb}(x_a)}{dx_a} = \frac{x_a - r_x}{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2}}, \quad (2.33)$$

$$\overrightarrow{V}_{ah}(x_a, y_a) = V_c \cdot \left( \overrightarrow{x}_a + \frac{dy_{intb}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{intb}(x_a)} \right)^2 \overrightarrow{y}_a \right); \frac{dy_{intb}(x_a)}{dx_a} = \frac{r_x - x_a}{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2}}. \quad (2.34)$$

L'intégration de la vitesse par rapport au temps donne la valeur de l'ordonnée d'un point initialement à  $y_a$  :

$$\overrightarrow{V}_{ax} = V_c \cdot \overrightarrow{x}_a; \overrightarrow{V}_{ay} = V_c \cdot \left( \frac{dy_{int}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{int}(x_a)} \right)^2 \right) \cdot \overrightarrow{y}_a, \quad (2.35)$$

$$y_a(x_a, y_a) = \int V_c \cdot \left( \frac{dy_{int}(x_a)}{dx_a} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{int}(x_a)} \right)^2 \right) dt, \quad (2.36)$$

$$y_{ab}(x_a, y_a) = V_c \cdot \left( \frac{x_a - r_x}{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2}} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{intb}(x_a)} \right)^2 \right) \cdot (t_2 - t_1), \quad (2.37)$$

$$y_{ah}(x_a, y_a) = V_c \cdot \left( \frac{r_x - x_a}{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2}} \cdot \left( \frac{y_a}{y_{intb}(x_a)} \right)^2 \right) \cdot (t_2 - t_1). \quad (2.38)$$

Après simplifications, les expressions deviennent :

$$y_{ab}(x_a, y_a) = \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \cdot y_{intb}(x_a)^2}{V_c \cdot (t_2 - t_1) \cdot (x_a - r_x)}, \quad (2.39)$$



### 2.2.3.2. Calcul de déformation et de la vitesse de déformation

Restant dans l'hypothèse que chaque particule se déplace avec la vitesse  $V_c$  suivant  $x_c$  (seul le déplacement porté par  $y_c$  est considéré), les expressions de la déformation et de la vitesse de déformation sont déterminées par dérivation spatiale des déplacements et des champs de vitesse. Les expressions des déplacements au-dessus et au-dessous du point de stagnation sont données respectivement par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{U_b}(x_a, y_a) : \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{y_a \cdot (x_a - r_x)} - (x_a \cdot \text{tg}(\phi)) - y_a \end{array} \right], \quad (2.44)$$

$$\overrightarrow{U_h}(x_a, y_a) : \left[ \begin{array}{c} 0 \\ y_a - \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \cdot \left( r_y + \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{y_a \cdot (r_x - x_a)} + (x_a \cdot \text{tg}(\phi)) \end{array} \right]. \quad (2.45)$$

Les expressions des déformations équivalentes au-dessus et au-dessous du point de stagnation sont données respectivement par :

$$\varepsilon_{eqh} = \sqrt{\varepsilon_{1h} + \varepsilon_{2h}}, \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_{eqb} = \sqrt{\varepsilon_{1b} + \varepsilon_{2b} + \varepsilon_{3b}}. \quad (2.47)$$

Les composantes de chaque équation et les expressions des vitesses de déformations équivalentes au-dessus et au-dessous du point de stagnation sont détaillées en annexe (page 140). Les variations de la déformation équivalente et la vitesse de déformation généralisée sont présentées sur les Figure 2-18a et 2-18b.

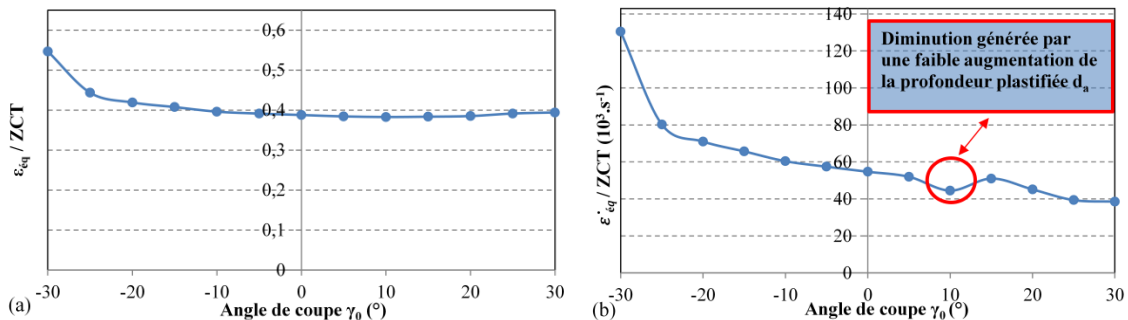


Figure 2-18. (a) Variation de la déformation équivalente et (b) de la vitesse de déformation généralisée au-dessous du point de stagnation en fonction de l'angle de coupe ( $V_c = 60 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

La déformation équivalente et la vitesse de déformation généralisée décroissent en fonction de l'angle de coupe. Cette diminution est plus importante pour les vitesses de déformation.

### 2.2.3.3. Optimisation de la position du point de stagnation

La position du point de stagnation est celle qui permet de minimiser la différence entre la puissance surfacique de part et d'autre de ce point, comme la montre la Figure 2-19.

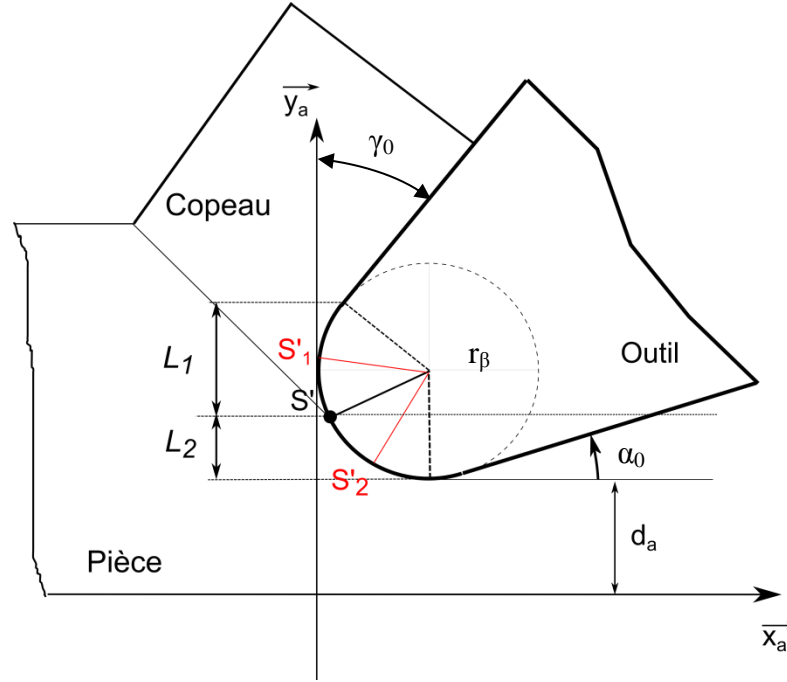


Figure 2-19. Positions de calcul de la puissance surfacique choisies pour optimiser la position du point de stagnation.

Le long du rayon d'acuité et pour chaque position  $S'$ , les deux puissances surfaciques aux points  $S'_1$  et  $S'_2$  (milieux des deux parties situées de part et d'autre de ce point) sont données par :

$$P_{s1} = \sigma_{\dot{\epsilon}_{eq,S'_1}} \cdot \dot{\epsilon}_{eq,S'_1} \cdot L_1, \quad (2.48)$$

$$P_{s2} = \sigma_{\dot{\epsilon}_{eq,S'_2}} \cdot \dot{\epsilon}_{eq,S'_2} \cdot L_2. \quad (2.49)$$

La variation de la distance  $L_2$ , qui détermine la position du point de stagnation le long du rayon d'acuité, en fonction de l'angle de coupe (angle global de la plaquette) est présentée sur la Figure 2-20. Le point  $S'$  descend sur l'axe  $y_c$  en passant des angles de coupe positifs vers les angles de coupe négatifs.

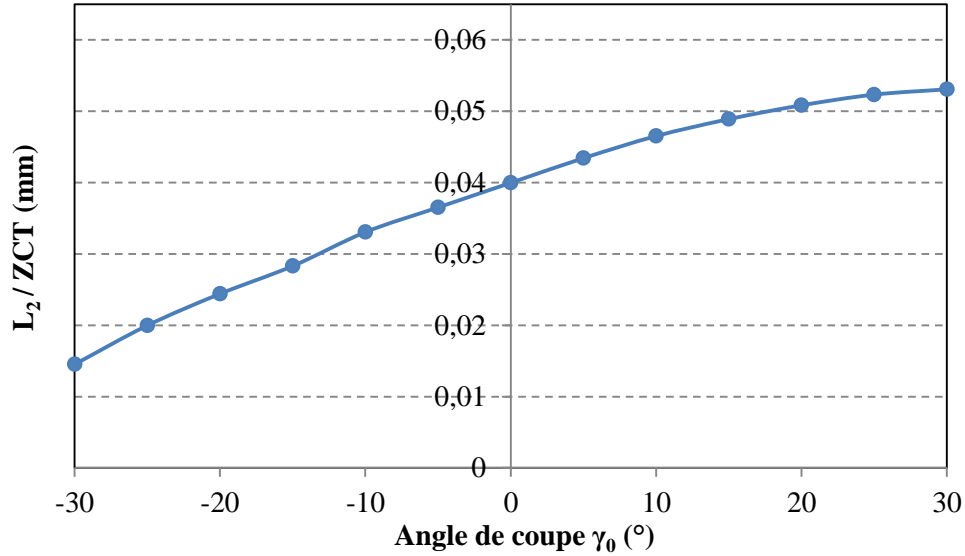


Figure 2-20. Variation de la position du point de stagnation en fonction de l'angle de coupe  
 $(V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}, f = 0,2 \text{ mm})$ .

À l'issue de cette étape, les actions mécaniques pourront être déterminées via l'expression des contraintes.

### 2.3. Validation du modèle

Ce paragraphe présente une comparaison des résultats du modèle de coupe en configuration de coupe orthogonale avec les résultats d'essais expérimentaux de rabotage. Le rayon d'acuité est pris en compte lors de la comparaison et une large variation d'angle de coupe est testée.

#### 2.3.1. Modélisation des actions mécaniques de coupe

Dans cette étude, le calcul de la pression hydrostatique à la pointe de l'outil, qui se base sur les travaux de Gilormini [Gilormini, 1982], est remplacé par le calcul de la contrainte normale pour tenir compte des phénomènes inter-faciaux. Le contact collant à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire permet d'écrire le tenseur des contraintes, dans un repère  $(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c)$  Figure 2-21 et pour  $\xi = \zeta = 0$ , sous la forme suivante :

$$\bar{\bar{\sigma}} : \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_c y_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_0 \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

La matrice de rotation d'angle  $(\phi - \gamma_0)$  permet le passage du repère  $(O, \vec{x}_c, \vec{y}_c)$  vers le repère  $(O, \vec{x}_\phi, \vec{y}_\phi)$  lié à la bande de cisaillement primaire. Elle est décrite par :

$$R : \begin{bmatrix} \cos(\phi - \gamma_0) & -\sin(\phi - \gamma_0) \\ \sin(\phi - \gamma_0) & \cos(\phi - \gamma_0) \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

Le tenseur de contraintes  $\bar{\bar{\sigma}}$  dans le repère  $(O, \vec{x}_\phi, \vec{y}_\phi)$  devient :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{R_\phi} = R^{-1} \cdot \bar{\bar{\sigma}} \cdot R = \begin{bmatrix} \sin^2(\phi - \gamma_0) \cdot \sigma_{y_c y_c} & \sin(\phi - \gamma_0) \cdot \cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sigma_{y_c y_c} \\ \sin(\phi - \gamma_0) \cdot \cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sigma_{y_c y_c} & \cos^2(\phi - \gamma_0) \cdot \sigma_{y_c y_c} \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

Pour faciliter le calcul de la contrainte au point de stagnation de l'outil, on considère les hypothèses suivantes :

- les déformations élastiques et les forces volumiques sont négligeables au regard des déformations plastiques et des efforts de mise en forme,
- les matériaux sont isotropes et homogènes,
- la théorie de Lévy-Mises décrit l'écoulement des matériaux.

D'après ces hypothèses, la loi plastique s'écrit :

$$S_{ij} = \psi \cdot \dot{\epsilon}_{ij}. \quad (2.53)$$

Avec  $S_{ij}$  : composante du tenseur déviateur de contrainte,

et  $\dot{\epsilon}_{ij}$  : composante du tenseur vitesse de déformation.

$\psi$  est une fonction scalaire, qui dans le cas de viscoplasticité, est supérieure à la limite d'élasticité  $R_e$  et égale à :

$$\psi = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{\dot{\epsilon}q}}{\dot{\epsilon}_{\dot{\epsilon}q}}. \quad (2.54)$$

La pression à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire devient :

$$P_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{\dot{\epsilon}q}}{\dot{\epsilon}_{\dot{\epsilon}q}} \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{x_\phi y_\phi}}{\cos(\phi - \gamma_0) \cdot \sin(\phi - \gamma_0)}. \quad (2.55)$$

Pour déterminer l'effort normal à la face de coupe  $F_{sc2}$ , la distribution de la contrainte normale le long de la longueur de contact doit être définie. Plusieurs travaux expérimentaux [Moufki et al, 2004b; Bahi, 2010] montrent que la distribution de la pression n'est pas constante mais décroît depuis la pointe de l'outil le long de la longueur de contact (Figure 2-21).

La distribution de la pression au niveau de l'interface outil-copeau est donnée par une loi décroissante représentative des observations expérimentales réalisées par Takeyama *et al* [Takeyama, 1960], Zorev *et al* [Zorev, 1963].

$$P(x_c) = P_0 \cdot \left(1 - \frac{x_c}{l_c}\right)^{\xi_0}. \quad (2.56)$$

Avec  $\xi_0$  une constante dépendante du matériau fixé à 2 dans les travaux de Moufki [Moufki et al, 2004a] considérant que la température maximale se trouve à 1/3 de la longueur de contact totale outil-copeau depuis l'arête de coupe.

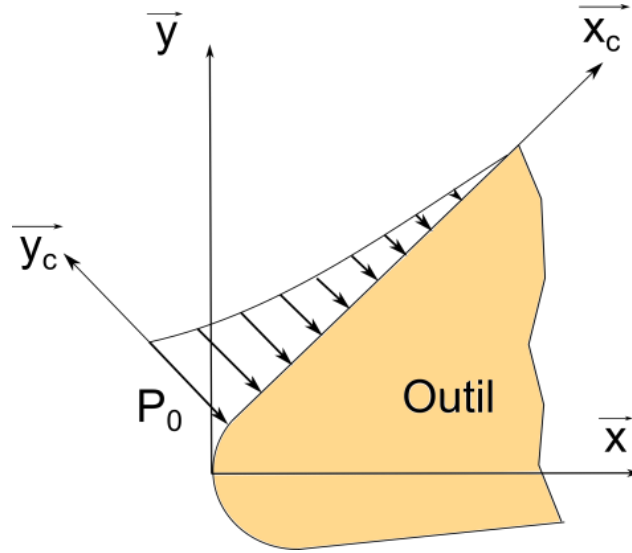


Figure 2-21. Distribution de la pression sur la face de coupe.

L'effort normal (2.57) est obtenu par une intégration de la pression inter-faciale **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** sur la longueur de contact copeau-face de coupe.

$$F_{sc} = b \cdot \int_0^{l_c} P(x_c) dx_c = \frac{1}{3} \cdot b \cdot P_0 \cdot l_c. \quad (2.57)$$

La variation de l'effort normal et de l'effort tangentiel sur la face de coupe en fonction de l'angle est présentée sur la Figure 2-22. En passant des angles de coupe négatifs vers les angles de coupe positifs, les efforts normaux et tangentiels, dans la zone de cisaillement secondaire, décroissent. Cette diminution est due à une diminution de la pression surfacique sur la face de coupe.

$F_{hc}$  et  $F_{bc}$  sont les efforts inter-faciaux portés par  $x_a$  appliqués respectivement au-dessus et au-dessous du point de stagnation (Figure 2-23) et  $F_{dpc}$  est l'effort généré par la déformation plastique de la matière répartie uniformément le long du rayon d'acuité (Figure 2-23) et s'écrit en fonction de la pression  $P_0$  et des paramètres géométriques de la coupe de la manière suivante :

$$F_{dpc} = P_0 \cdot (r_a \cdot (1 + \sin(\gamma_0))) \cdot b. \quad (2.58)$$

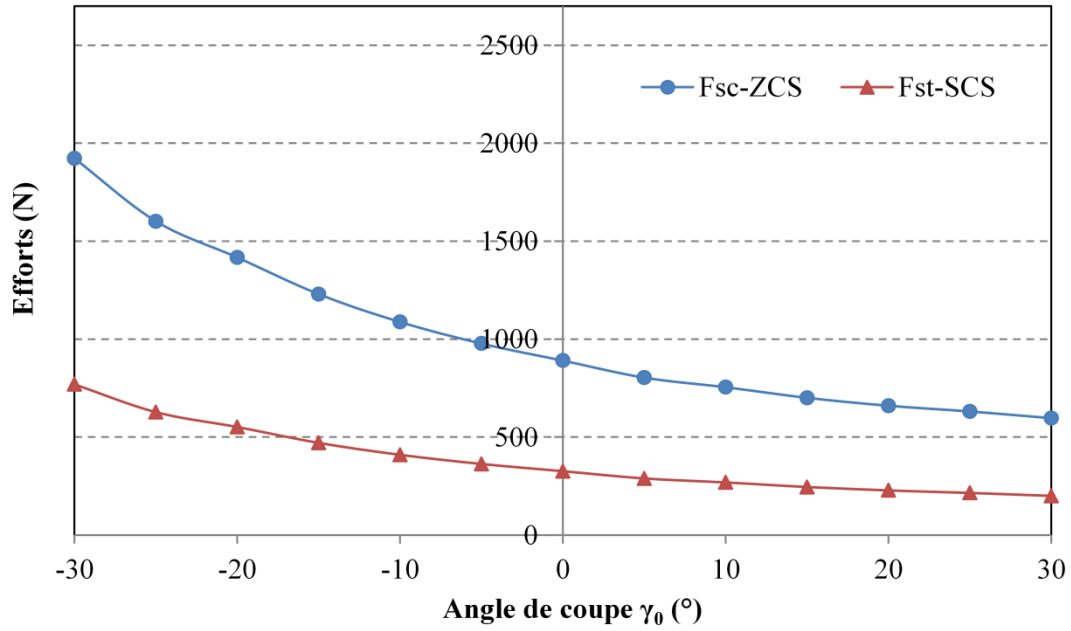


Figure 2-22. Variation de l'effort normal  $F_{sc}$  et tangentiel  $F_{st}$  à la face de coupe en fonction de l'angle de coupe ( $v_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

$F_{bc}$ ,  $F_{bt}$  sont les efforts inter-faciaux portés par  $y_a$  appliqués respectivement au-dessus et au-dessous du point de stagnation et  $F_{re}$  est l'effort généré par le retour élastique de la matière à la sortie de la zone de cisaillement tertiaire.

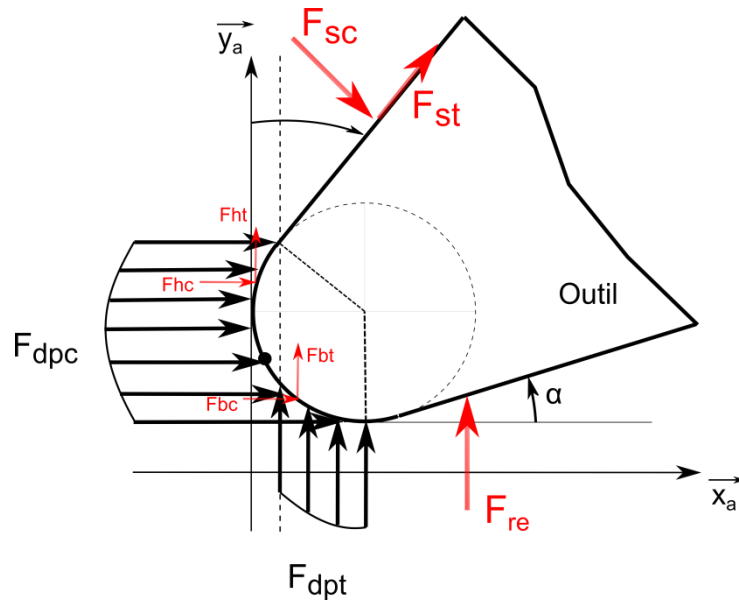


Figure 2-23. Modélisation des efforts de coupe en configuration de coupe orthogonale dans le rayon d'arête.

$F_{dpt}$  est l'effort qui génère la déformation plastique de la matière (Figure 2-23). Cette composante d'effort dépend de l'angle de coupe et s'écrit en fonction de la pression au niveau du point de stagnation et des paramètres géométriques de la coupe :



$$F_{dpt} = P_0 \cdot r_a \cdot \cos(\gamma_0) \cdot b \text{ si } \gamma_0 > 0, \quad (2.59)$$

$$F_{dpt} = P_0 \cdot (r_a \cdot (1 + \sin(\gamma_0))) \cdot b \text{ si } \gamma_0 < 0. \quad (2.60)$$

La Figure 2-24 présente la variation de l'effort de coupe et de l'effort tangentiel pour les mêmes paramètres géométriques et cinématiques utilisés précédemment.

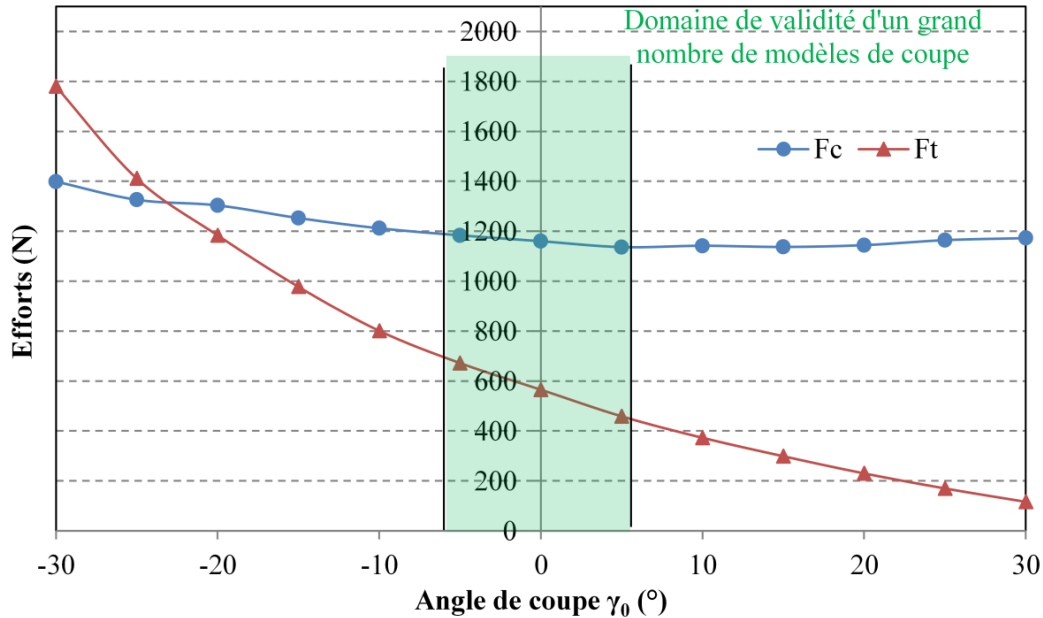


Figure 2-24. Variation de l'effort de coupe et de l'effort tangentiel en fonction de l'angle de coupe ( $V_c = 60 \text{ m.min}^{-1}$ ,  $f = 0,2 \text{ mm}$ ).

Pour les très faibles angles de coupe, l'effort tangentiel est supérieur à l'effort de coupe; ce résultat est dû à l'augmentation de la surface de contact avec la pièce et donc à une pression surfacique plus élevée.

Ce modèle présente une bonne continuité des résultats et son domaine de validité est nettement amélioré par rapport aux autres modèles de coupe qui sont souvent bornés entre deux angles de coupe  $-6^\circ$  et  $6^\circ$  dans beaucoup de travaux de recherche [Moufki et al, 2004a; Soldani, 2008; Bahi, 2010; said, 2012].

### 2.3.2. Corrélation expérimentale

Afin de valider le modèle de coupe développé dans ce chapitre, les résultats de la simulation sont confrontés à des essais réalisés lors des travaux de thèse de Dargnat [Dargnat, 2006] en configuration de coupe orthogonale sur un acier 42CrMo4 [Dargnat, 2006] avec des outils en ARS. La Figure 2-25 présente le dispositif expérimental et les différents paramètres géométriques (angle de coupe et angle de dépouille (Figure 2-27)) et cinématiques (vitesse de coupe) du montage.

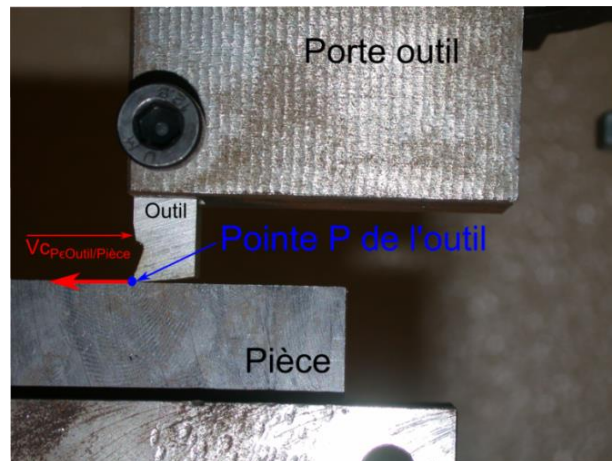


Figure 2-25. Montage expérimental de la configuration de coupe orthogonale. Pour chaque essai le rayon d'acuité est mesuré à l'aide d'un microscope numérique, pour pouvoir intégrer la valeur exacte dans le modèle analytique. La Figure 2-26 montre l'un des outils testés et une image 3D de la forme réelle de la pointe de l'outil.

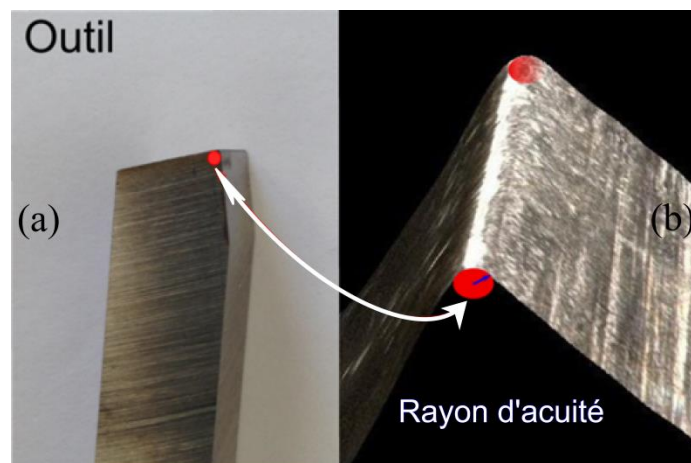


Figure 2-26. (a) Outil de coupe (b) acuité de l'arête mesurée par un microscope numérique. Pour les 4 outils (**ARS**) testés, le rayon d'acuité est mesuré avant et après chaque essai de rabotage (Figure 2-27).

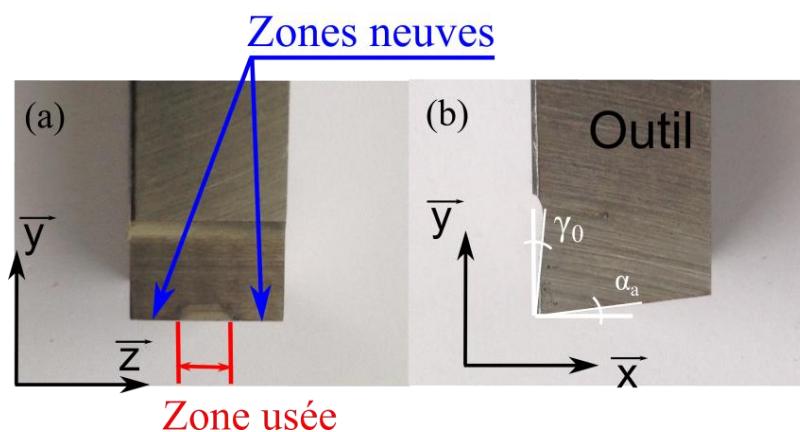


Figure 2-27. Zones usée et neuve sur l'arête de coupe (a) vue de face (b) vue de droite.

Le Tableau 2-1 présente les caractéristiques géométriques de chaque outil.

Tableau 2-1. Résultat de mesure des rayons d'acuité avant et après la coupe pour les outils testés

Outil			Zone neuve					Zone usée				
			Numéro de mesure				r <sub>β</sub> moyen (μm) neuf	Numéro de mesure				r <sub>β</sub> moyen (μm) usée
N°	γ <sub>0</sub> (°)	α <sub>a</sub> (°)	mesure 1	mesure 2	mesure 3	mesure 4		mesure 1	mesure 2	mesure 3	mesure 4	
1	29,1	3,81	68,1	64	56,7	55,2	61	Bris d’outil				
2	4,2	10,4	58	64	59,2	55,7	59,2	50,9	53,9	57,6	55,3	54,5
3	-10,9	15,2	158,2	151,5	167,2	158,2	158,8	118,4	146,4	104,4	133,1	125,6
4	-21,2	18,98	243	206	186,6	245	220,1	181,8	156,4	161,4	170,6	167,5

Pour les angles de coupe négatifs, l'usinage engendre une diminution du rayon dû à un enlèvement de la matière (côté face de coupe et coté face de dépouille) généré par le frottement. Pour les conditions de coupe citées en annexe (page 151) les résultats expérimentaux et de la modélisation sont présentés dans le Tableau 2-2.

L'erreur entre les valeurs expérimentales et analytiques est calculée par la formule suivante :

$$Err(\%) = \frac{\text{valeur}_{\text{simulation}} - \text{valeur}_{\text{expérimentale}}}{\text{valeur}_{\text{expérimentale}}} \times 100 \quad (2.61)$$

Tableau 2-2. Résultats expérimentaux mesurés par un dynamomètre six composantes et du modèle analytique

Essais	$\gamma_0(^{\circ})$	Modélisation		expérimental		Erreur	
		F <sub>c</sub> (N)	F <sub>t</sub> (N)	F <sub>c</sub> (N)	F <sub>t</sub> (N)	% (F <sub>c</sub> )	% (F <sub>t</sub> )
<b>1</b>	-21,21	1927	1918	<b>1561</b>	<b>1398</b>	23,5	37,2
<b>2</b>	-21,21	2445	2497	<b>2230</b>	<b>2207</b>	9,6	13,2
<b>3</b>	-21,21	1941	1904	<b>1790</b>	<b>1819</b>	8,4	4,7
<b>4</b>	-21,21	2456	2481	<b>2262</b>	<b>2210</b>	8,6	12,2
<b>5</b>	-10,95	1773	1369	<b>2003</b>	<b>1445</b>	-11,5	-5,3
<b>6</b>	-10,95	2234	1731	<b>2091</b>	<b>1531</b>	6,9	13,1
<b>7</b>	-10,95	2229	1747	<b>2176</b>	<b>1706</b>	2,4	2,4
<b>8</b>	4,17	1306	657	<b>1372</b>	<b>703</b>	-4,8	-6,6
<b>9</b>	4,17	1704	820	<b>1853</b>	<b>965</b>	-8,1	-15,0
<b>10</b>	4,17	1303	664	<b>1363</b>	<b>765</b>	-4,4	-13,2
<b>11</b>	4,17	1704	827	<b>1854</b>	<b>981</b>	-8,1	-15,7
<b>12</b>	18,13	1415	558	<b>1261</b>	<b>457</b>	12,2	22,1
<b>13</b>	18,13	1782	660	<b>1728</b>	<b>626</b>	3,1	5,5
<b>14</b>	18,13	1383	445	<b>1301</b>	<b>470</b>	6,3	-5,3
<b>15</b>	18,13	1729	495	<b>1696</b>	<b>600</b>	2,0	-17,5
<b>16</b>	29,15	1480	337	<b>1060</b>	<b>274</b>	39,6	22,9
<b>17</b>	29,15	1788	319	<b>1519</b>	<b>334</b>	17,7	-4,4
<b>18</b>	29,15	1521	423	<b>1219</b>	<b>312</b>	24,7	35,6
<b>19</b>	29,15	1854	443	<b>1579</b>	<b>388</b>	17,4	14,1

Les courbes des Figure 2-28a et 28b présentent la variation des efforts de coupe expérimentaux en fonction des efforts de coupe obtenus par simulation.

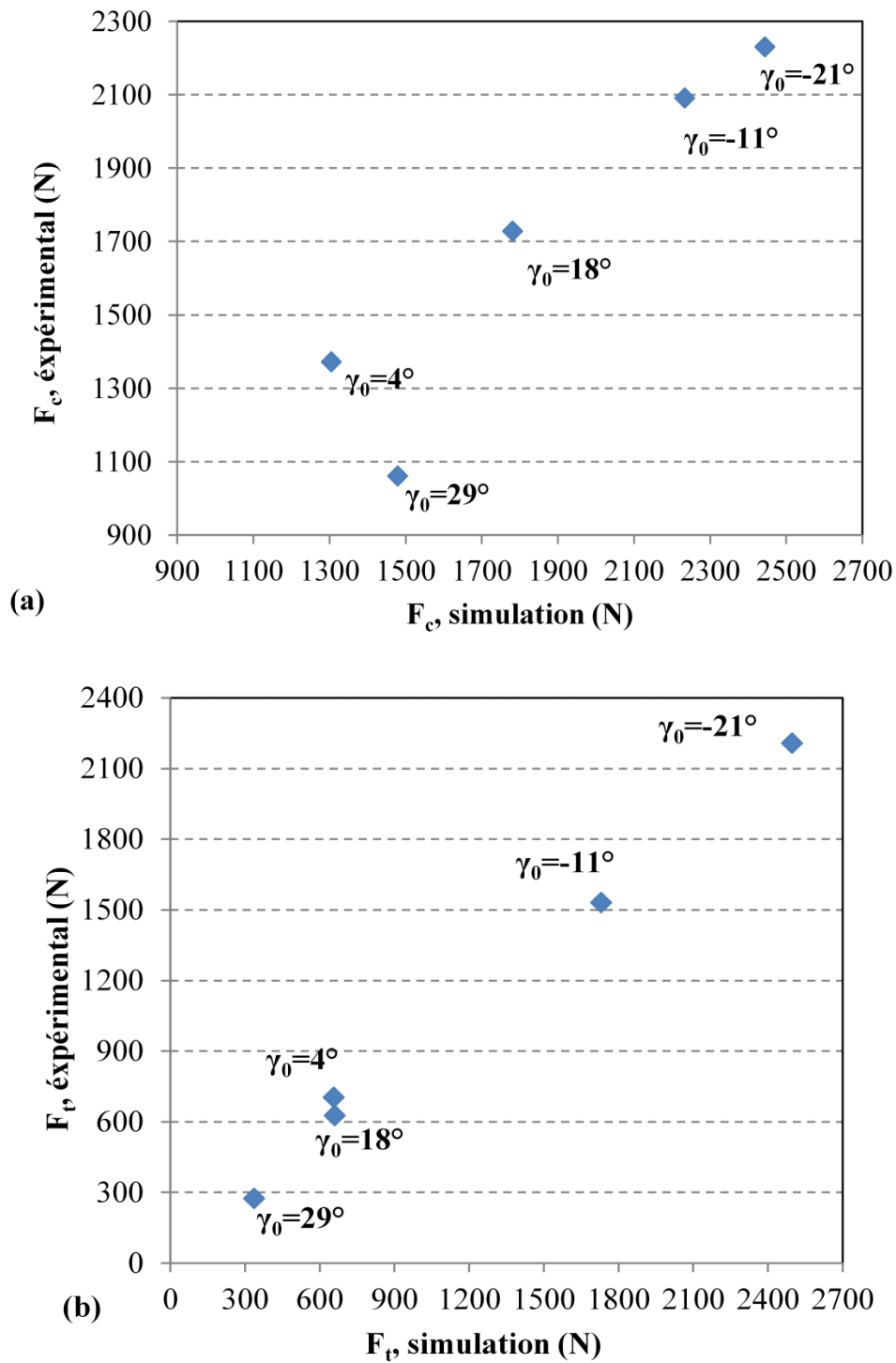


Figure 2-28. Variation des efforts de coupe expérimentaux en fonction des efforts de coupe issus de la modélisation pour différents angles de coupe.

Ces courbes montrent une bonne correspondance entre les résultats expérimentaux et de simulation pour une large gamme d'angles de coupe avec une dispersion en effort de coupe pour les angles de coupe très importants.

## 2.4. Conclusion

Ce chapitre présente une nouvelle approche pour la modélisation des efforts en configuration de coupe orthogonale, dans les trois zones de coupe (zone de cisaillement primaire, secondaire et tertiaire). Les déplacements ont été déterminés à partir de la trajectoire de chaque particule de matière. Un élément passant par la zone de cisaillement primaire est supposé suivre une trajectoire hyperbolique. La composante de la vitesse parallèle au plan de cisaillement est supposée constante.

La zone de cisaillement secondaire tient compte de la vitesse de glissement dans le cisaillement primaire. Une nouvelle composante de vitesse perpendiculaire à la surface de coupe est considérée. Sa valeur varie linéairement jusqu'à s'annuler le long de la longueur de contact outil-copeau. On considère une variation linéaire de la vitesse de glissement du copeau à l'interface, partant d'un contact collant à la pointe (vitesse nulle) vers une valeur maximale à la fin du contact (vitesse du copeau).

L'acuité de l'outil génère un refoulement d'une partie de la matière le long de la face de dépouille en la déformant plastiquement. Un retour élastique se produit à la surface libre de la matière usinée. La section de l'outil dans le plan de calcul est représentée par un arc de cercle dont les deux asymptotes sont la face de dépouille et la face de coupe. Un équilibre de puissance entre la zone au-dessus et au-dessous du point de stagnation permet de déterminer la position exacte de ce dernier. Une modélisation des efforts de coupe le long du rayon d'acuité et des deux zones de coupe, secondaire et tertiaire, a permis la détermination des deux composantes d'efforts (de coupe et tangentiel) générés par la déformation et le frottement de la matière. Les efforts déterminés par modélisation présentent une bonne concordance avec les résultats des essais expérimentaux en coupe orthogonale.

Le chapitre suivant présente une étude cinématique détaillée qui tient compte de la position sur l'arête de coupe et de l'orientation de l'outil afin de déterminer les paramètres d'entrées cinématiques du modèle de coupe.



# CHAPITRE III

## *Modélisation 3D des champs cinématiques dans la zone de coupe*

---

*Cette partie d'étude consiste à analyser analytiquement et d'une manière fine, la cinématique 3D des différents points sur l'arête de coupe en tenant compte de l'orientation réelle de la plaquette dans l'espace. Pour la plaquette à arête droite, l'arête de coupe a été divisée en deux parties : une zone correspondant au rayon de bec et une zone linéaire pour laquelle les deux points extrêmes sont traités. Les résultats obtenus permis une analyse des phénomènes existants lors de la coupe et les interactions outil-matière qui sont générées par une importante variation instantanée des paramètres géométriques et cinématiques de la coupe dans l'espace.*





# Sommaire

3.1	Introduction.....	81
3.2	Cas d'une plaquette à arête droite.....	81
3.2.1.	Paramétrage géométrique et cinématique .....	83
3.2.1.1	Orientations de la plaquette en configuration de fraisage .....	84
3.2.2.	Variation instantanée des composantes de vitesse .....	86
3.2.2.1.	Vecteur vitesse généralisée.....	86
3.2.2.2.	Évolution des composantes de vitesse en fonction de l'orientation de la plaquette .....	87
3.2.3.	Étude de sensibilité de $V_{corth}$ , $dV_{corth}$ et $V_{z4}$ aux paramètres géométriques .....	92
3.2.3.1.	Sensibilité de $V_{corth}$ et $V_{z4}$ à l'angle d'inclinaison d'arête $\lambda_s$ .....	92
3.2.3.2.	Sensibilité de $V_{c,orth}$ à l'avance par dent $f_z$ et $\kappa_r$ .....	94
3.2.3.3.	Sensibilité de $dV_{corth}$ à la profondeur de passe $a_p$ et $\kappa_r$ .....	95
3.3	Cas d'une plaquette ronde et de la zone du rayon de bec.....	95
3.3.1.	Orientations de la plaquette en configuration de fraisage .....	96
3.3.2.	Variation instantanée des composantes de vitesse .....	96
3.3.2.1.	Vecteur vitesse généralisée.....	96
3.3.2.2.	Évolution des différents composantes de vitesses en fonction de l'orientation de la plaquette.....	97
3.4	Calcul de l'avance instantanée .....	99
3.4.1.	Approche de calcul .....	100
3.4.2.	Résultats et interprétations .....	101
3.5	Conclusion.....	102



# Nomenclature

$\mathcal{R}_0$  : Repère initial lié au centre de l'outil.

$\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3, \mathcal{R}_4$  : Repères initiaux liés à la plaquette.

$P_r, P_f, P_s$  : Plans d'orientation de la plaquette.

$\kappa_r, \gamma_0, \lambda_s, \varphi_0$  : Angles directrices d'arête, angle d'évolution du plan de coupe orthogonale ( $^\circ$ ).

$\kappa_r'$  : Angle complémentaire à l'angle de direction d'arête ( $^\circ$ ).

$O_0, P, P_1, P_2(\alpha)$  : Centre de l'outil, points définis le long de l'arête de coupe.

$\theta$  : Angle de rotation de la fraise ( $^\circ$ ).

$N$  : Fréquence de rotation de la fraise ( $tr.min^{-1}$ ).

$\omega$  : Vitesse de rotation de la fraise ( $rad.s^{-1}$ ).

$V_f, V_N, V_{corth}$  : Vitesse d'avance, vitesse normale à la zone de cisaillement primaire, vitesse de coupe instantanée ( $m.s^{-1}$ ).

$h_{p2}(\alpha)$  : Fonction linéaire définie le long de la partie linéaire de l'arête de coupe.

$\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_{i+1}$  : Repère lié à la rotation  $i$ , repère lié à la rotation  $i+1$ .

$F_c(i), F_t(i)$  : Effort de coupe de l'élément  $i$ , effort tangentiel de l'élément  $i$  ( $N$ ).

$F_c(i+1), F_t(i+1)$  : Effort de coupe de l'élément  $i+1$ , effort tangentiel de l'élément  $i+1$  ( $N$ ).

$a_p, f_z, r_\epsilon$  : Profondeur de coupe, avance par dent, rayon de bec de l'outil ( $m$ ).

$z$  : Nombre de dents.

$V_{x1}, V_{y1}$  : Composantes de vitesse dans le repère  $\mathcal{R}_1$  ( $m.s^{-1}$ ).

$V_{x2}, V_{y2}$  : Composantes de vitesse dans le repère  $\mathcal{R}_2$  ( $m.s^{-1}$ ).

$V_{z3}$  : Composante de vitesse portée par  $z_3$  ( $m.s^{-1}$ ).

$V_{x4}, V_{y4}, V_{z4}$  : Composantes de vitesse dans le repère  $\mathcal{R}_4$  ( $m.s^{-1}$ ).

$\theta_1, \theta_2$  : Positions angulaires des deux rotations successives de l'outil ( $^\circ$ ).

$\Delta_{\theta_2}, \varsigma_{\theta_1}$  : Équation de la droite correspondant à la rotation 2 pour l'angle  $\theta_2$ , équation de la courbe correspondant à la rotation 1 pour l'angle  $\theta_1$ .

$P_{\theta_1}, P_{\theta_2}$  : Point définis respectivement sur la droite  $\Delta_{\theta_1}$  et la courbe  $\varsigma_{\theta_2}$ .

$x_{P_{\theta_1}}, y_{P_{\theta_1}}, x_{P_{\theta_2}}, y_{P_{\theta_2}}$  : Coordonnées des points  $P_{\theta_1}$  et  $P_{\theta_2}$  ( $m$ ).

$h_m, h_{m1}$  : Épaisseurs instantanées de copeau pour  $\kappa_r = 90^\circ$  et pour  $\kappa_r \neq 90^\circ$  ( $m$ ).

$P_{2,\text{inf}}, P_{2,\text{sup}}$  : Points extrêmes définis sur la partie linéaire de l'arête de coupe.

$a'_p, h_{\text{moy}}$  : Profondeur de passe réelle sur l'arête, épaisseur moyenne de la ZCP ( $m$ ).

### 3.1 Introduction

Les travaux présentés dans ce chapitre portent sur la modélisation tridimensionnelle des champs cinématiques dans la zone de coupe en fraisage. La position exacte de l'arête de coupe dans l'espace est déterminée en fonction des différents angles d'orientation  $\kappa_r$ ,  $\gamma_0$  et  $\lambda_s$  [Albert, 2010] respectivement angle de direction d'arête, angle de coupe orthogonal [Merchant, 1945], [Oxley, 1961] et angle d'inclinaison d'arête. Pour chaque position de la plaquette, le torseur cinématique est déterminé et ses évolutions sont analysées. Les variations instantanées des paramètres cinématiques et géométriques de coupe sont déterminées pour le cas du surfacage en bout avec une fraise à plaquette en plusieurs points représentatifs de l'arête de coupe. Les mouvements combinés de rotation et d'avance de l'outil génèrent, pour chaque position angulaire, un nouveau plan de coupe orthogonale. La vitesse instantanée de coupe  $V_{corth}$  est la somme de la vitesse linéaire et de la vitesse d'avance. L'avance instantanée du modèle de coupe orthogonale est déterminée analytiquement en partant d'une représentation géométrique de la zone balayée par l'outil. Les différentes approches de calcul sont présentées dans les paragraphes suivants ainsi qu'une étude de sensibilité aux différents paramètres de coupe.

### 3.2 Cas d'une plaquette à arête droite

Afin de déterminer les champs cinématiques dans la zone de coupe, il est nécessaire de définir et d'étudier l'évolution de la position de l'arête de coupe dans le cas du fraisage. Pour déterminer le vecteur vitesse sur l'arête, Engin *et al* [Engin, 2001] définissent analytiquement la position de l'arête de coupe dans un système de coordonnées lié au centre de la plaquette (dans le cas d'une plaquette rectangulaire ou triangulaire). Saï *et al* [Saï et al, 2008] déterminent le vecteur position de l'arête de coupe d'un outil monobloc dans les cas d'une interpolation circulaire et linéaire. Les travaux d'Albert *et al* [Albert et al, 2011] déterminent, à la pointe de l'outil, le torseur cinématique de coupe pour mettre en évidence la présence et l'importance des moments de coupe. Des modèles analytiques s'intéressent à l'étude cinématique 3D du fraisage [Kaymakci et al, 2012], [Altintas et al, 2014]. Ces derniers traitent respectivement de la simulation analytique, afin de déterminer les efforts de coupe élémentaires, d'une fraise à bout sphérique et d'une étude purement géométrique d'une plaquette orientée sans aucune discrétisation fine de l'arête de coupe. L'étude réalisée dans ce travail consiste donc à modéliser analytiquement la cinématique 3D de l'ensemble des points de l'arête de coupe en tenant compte de l'orientation de la plaquette dans l'espace. Une fraise

à une seule plaquette est étudiée (Figure 3-3) et l'arête de coupe a été divisée en deux parties principales : une zone correspondant au rayon du bec et une zone linéaire dont la longueur est fonction de la profondeur de passe  $a_p$  (Figure 3-1).

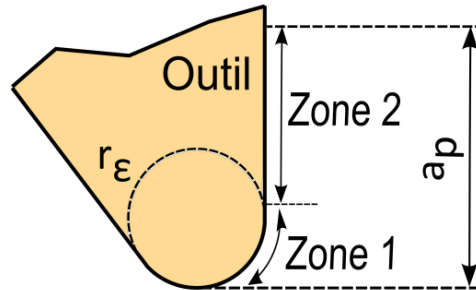


Figure 3-1. Zones d'étude sur l'arête de coupe.

L'étude cinématique est suivie par une étude de sensibilité aux variations des différents paramètres géométriques de la coupe. Les résultats permettent alors une analyse des phénomènes existant lors de la coupe et des interactions outil-matière qui sont à l'origine d'importantes variations instantanées des paramètres géométriques et cinématiques de la coupe dans l'espace.

Nous verrons dans les chapitres suivants que le gradient de vitesse de coupe le long de l'arête génère un gradient de déformation et de vitesse de déformation importants. Il en découle un gradient d'efforts de coupe et tangentiels entre les éléments de volume  $i$  et  $i+1$  qui sont cinématiquement dépendants. Nous verrons que c'est cette différence d'effort qui est à l'origine de l'apparition d'un moment de coupe (Figure 3-2).

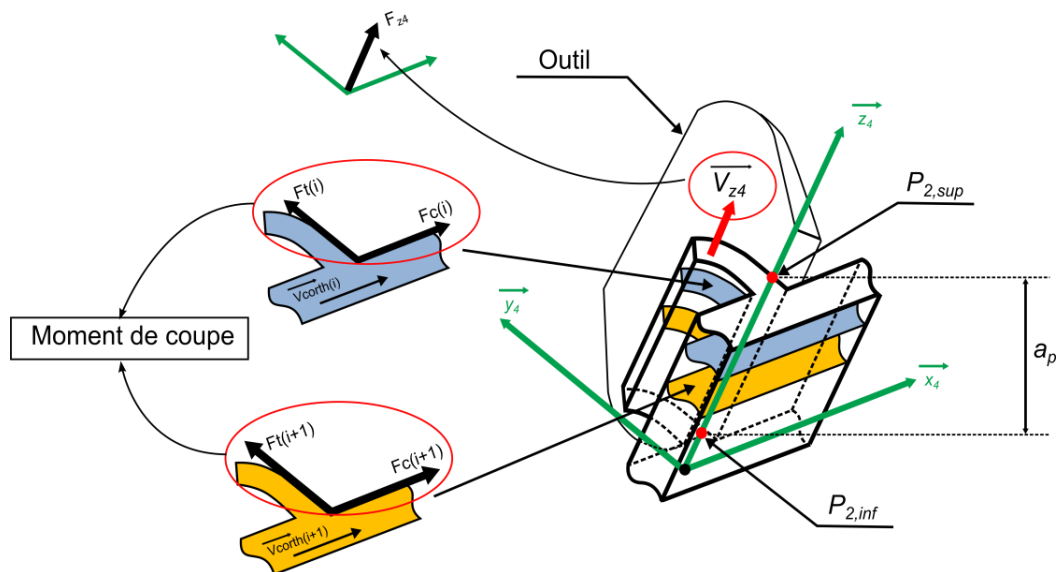


Figure 3-2. Interaction 3D entre les éléments de volume  $i$  et  $i+1$  le long de l'arête de coupe.

### 3.2.1. Paramétrage géométrique et cinématique

L'étude proposée s'intéresse au fraisage avec une fraise à plaquette rapportée largement utilisée industriellement. L'outil considéré est géométriquement défini par l'orientation de sa plaquette (Figure 3-3) et par son rayon  $R_0$  (Figure 3-4). La plaquette, de rayon de bec  $r_e$ , est orientée dans l'espace par trois principaux angles  $\kappa_r$ ,  $\gamma_0$  et  $\lambda_s$ :

- $\kappa_r$  : angle de direction d'arête entre le plan d'arête de l'outil  $P_s$  et le plan de travail  $P_f$ .
- $\gamma_0$  : angle de coupe entre la face de coupe  $A_\gamma$  et le plan de référence  $P_r$ .
- $\lambda_s$  : angle d'inclinaison d'arête entre l'arête et le plan de référence de l'outil  $P_r$ .

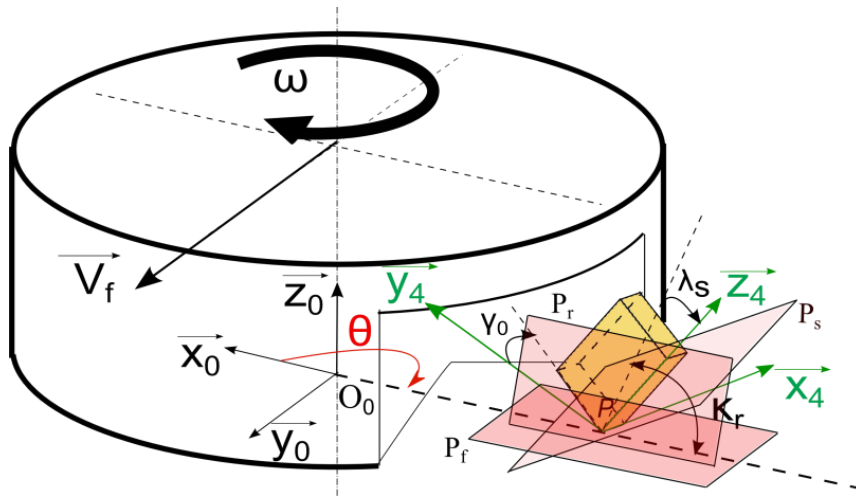


Figure 3-3. Géométrie et paramétrage d'une fraise à plaquette.

Le repère local  $\mathcal{R}_1$ , lié à la plaquette, tourne par rapport au repère initial  $\mathcal{R}_0$  qui est animé uniquement du mouvement d'avance. La distance entre  $O_0$  et  $P$ , respectivement centre de la fraise et pointe de la plaquette, est égale au rayon de coupe de l'outil. La combinaison des vitesses de rotation angulaire  $\omega$  et d'avance  $V_f$  génère ainsi la trajectoire de la plaquette. Toutes les rotations de la plaquette se font par rapport à la pointe  $P$ , ses coordonnées restant constantes dans tous repère lié à celle-ci. Sa position par rapport à l'axe de l'outil est donnée par le rayon de l'outil  $R_0$  comme le présente la Figure 3-4. Le repère  $\mathcal{R}_1(P, x_1, y_1, z_1)$  est le repère lié à la pointe  $P$  avant orientation de la plaquette. Deux points  $P_1$  et  $P_2(k)$  respectivement sur le rayon de bec et la partie linéaire de l'arête de coupe sont alors définis.



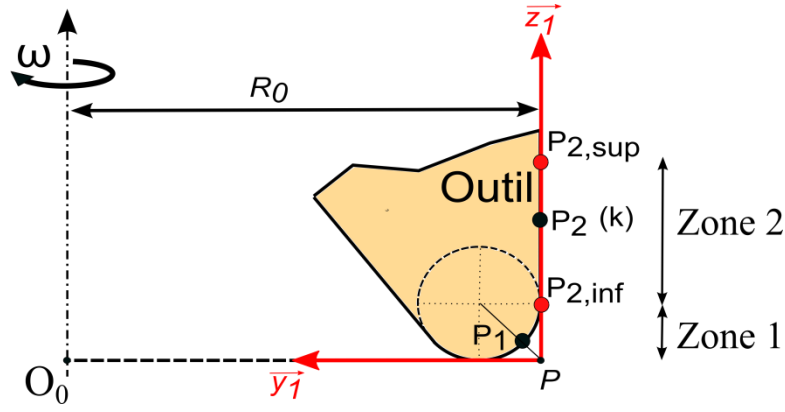


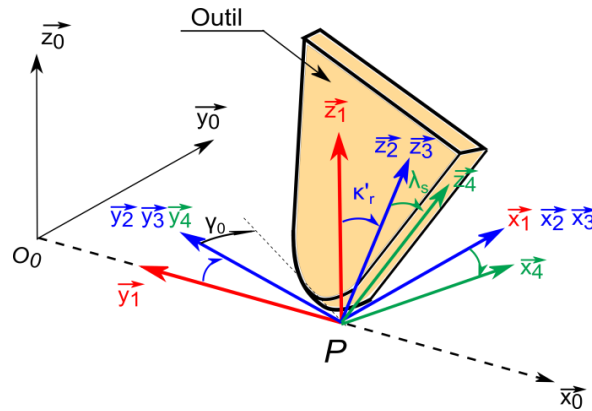
Figure 3-4. Points étudiés sur l'arête de coupe.

La position des points extrêmes sur la partie linéaire de l'arête de coupe est déterminée par la fonction  $P_2(k)$  qui dépend du paramètre  $k$  ( $k \in [0,1]$ ).

$$Z_{p_2}(k) = k \cdot \left( \frac{a_p}{\sin(\kappa_r) \cdot \cos(\lambda_s)} - r_\varepsilon \right). \quad (3.1)$$

### 3.2.1.1 Orientations de la plaquette en configuration de fraisage

Le repère  $\mathcal{R}_1$  est un repère lié à la pointe  $P$  de la plaquette dans une configuration considérée comme initiale avec  $\kappa_r = 90^\circ, \gamma_0 = 0^\circ, \lambda_s = 0^\circ$ .

Figure 3-5. Position de la plaquette dans les différents repères (de  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_4$ ).

Le repère  $\mathcal{R}_2$  correspond à la rotation d'un angle  $\kappa'_r$  (angle complémentaire à l'angle de direction d'arête  $\kappa_r$ ) du repère  $\mathcal{R}_1$  par rapport à  $\vec{x}_1$  (Figure 3-5). Le repère  $\mathcal{R}_3$  correspond à une rotation d'un angle  $\gamma_0$  (angle de coupe) de la plaquette par rapport à  $\vec{z}_2$  (Figure 3-6). Le repère  $\mathcal{R}_3$  reste le même que  $\mathcal{R}_2$ . Cette modélisation a été proposée pour rester dans une même configuration de coupe orthogonale schématisée dans la Figure 3-7. Par rapport à la configuration précédente, la rotation  $\gamma_0$  de la plaquette génère la variation des coordonnées du point  $P_1$  (nouvelle composante portée par  $\vec{x}_3$ ) dans la zone1 de l'arête de coupe (Figure 3-6).

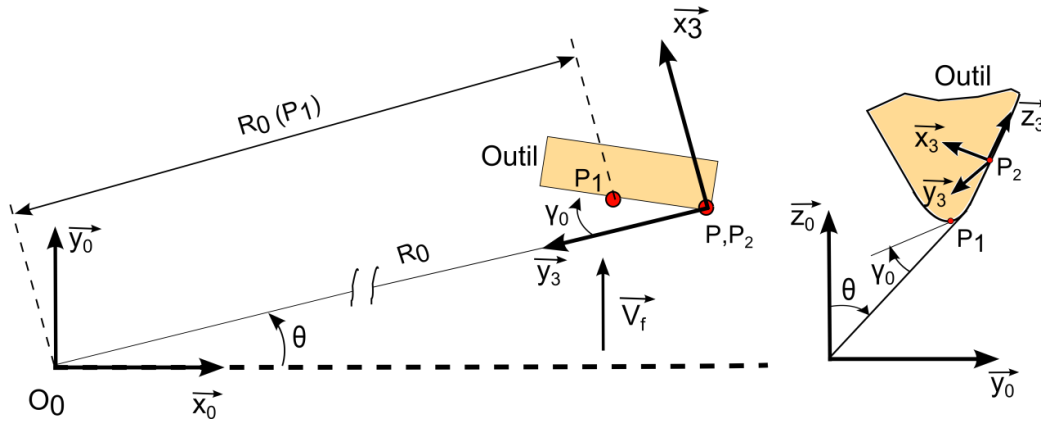


Figure 3-6. Configuration de la plaquette après rotation de  $\gamma_0$  dans le plan  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$  et  $(\vec{y}_0, \vec{z}_0)$

La Figure 3-6 représente la position des points  $P$ ,  $P_1$  et  $P_2$  dans le plan orthogonal de l'outil ( $P_0$ ) et dans le plan  $(\vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Finalement l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère la rotation du repère  $\mathcal{R}_3$  autour de l'axe  $\vec{y}_3$  (Figure 3-5). La variation de la cinématique de chaque point de l'arête va être calculée et intégrée dans le modèle de coupe orthogonale et détaillée dans le paragraphe suivant.

### 3.2.1.2 Paramétrage cinématique en fonction de la position angulaire de l'outil

Dans une configuration géométrique simplifiée ( $\kappa_r = 90^\circ$ ,  $\lambda_s = 0^\circ$  et un angle de coupe  $\gamma_0$  donné), la Figure 3-7 représente, pour différentes positions et dans le plan normal à l'axe de l'outil, la variation des composantes des vitesses. Dans le repère  $\mathcal{R}_1$  la vitesse d'avance de l'outil  $\vec{V}_f$  et de la vitesse de rotation  $\vec{\omega}$  sont projetées (en bleu Figure 3-7) sur les axes  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ . Pour chaque position angulaire et en fonction des mouvements combinés de rotation et d'avance de l'outil, une configuration de coupe orthogonale est déterminée avec une vitesse de coupe  $V_{corth}$  (en rouge Figure 3-7) et un angle de coupe apparent  $(\gamma_0 + \varphi_0)$ . Cette configuration permet ainsi d'utiliser un modèle de type coupe orthogonale au point considéré, avec un vecteur vitesse de coupe selon une seule direction. Le torseur cinématique au point  $P_i$  dans le repère  $\mathcal{R}_i$  est donné par :

$${}_{P_i} \left[ \vec{V}_{P_i \in \text{Outil/Pièce}} \right]_{\mathcal{R}_i} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil/Pièce})}} \\ \overrightarrow{V_{(P_i \in \text{Outil/Pièce})}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_i}. \quad (3.2)$$

L'évolution des vecteurs vitesses et une discussion des résultats en fonction de l'orientation de la plaquette sont présentées dans le paragraphe suivant.

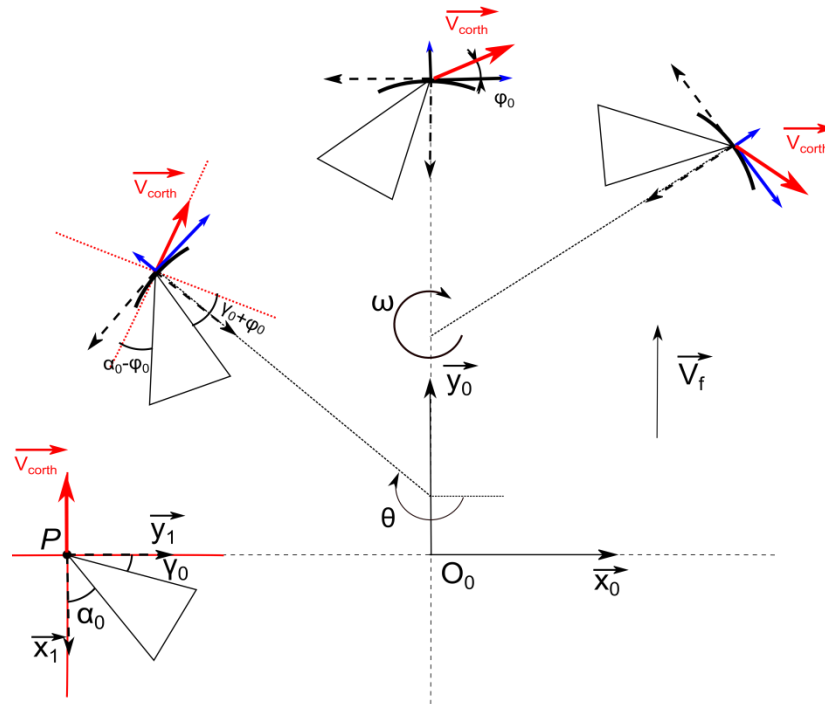


Figure 3-7. Variation de la vitesse et des angles dans la configuration de coupe orthogonale dans le plan normal à l'outil [Yousfi et al, 2014].

### 3.2.2. Variation instantanée des composantes de vitesse

Le paragraphe suivant présente l'évolution des composantes du vecteur vitesse en fonction de l'orientation de la plaquette.

### 3.2.2.1. Vecteur vitesse généralisée

En utilisant la matrice de passage du repère initial  $\mathcal{R}_1(P, x_1, y_1, z_1)$  vers le repère  $\mathcal{R}_4(P, x_4, y_4, z_4)$  et la formule de transport des vitesses (3.6), le vecteur vitesse aux différents points de l'arête de coupe de l'outil dans le repère  $\mathcal{R}_4$  est de la forme :

$$[V_{P \in \text{Outil/Pièce}}]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_s)(V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) + V_f \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \\ V_f \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \\ \sin(\lambda_s)(V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) - V_f \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}, \quad (3.3)$$

$$V_{P_1 \in \text{Outil} / \text{Pièce}_{(\mathcal{R}_4)}} = V_{P \in \text{Outil} / \text{Pièce}_{(\mathcal{R}_4)}} + \begin{bmatrix} r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \omega \cdot (\cos(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) - \cos(\kappa_r)) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \omega \cdot (\sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) + \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r)) \\ r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \omega \cdot (\sin(\gamma_0) \cdot \cos(\kappa_r) + \cos(\gamma_0) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r)) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}, \quad (3.4)$$

$$V_{P_2 \in \text{Outil} / \text{Pièce}_{(\mathcal{R}_4)}} = V_{P \in \text{Outil} / \text{Pièce}_{(\mathcal{R}_4)}} + \begin{bmatrix} -(r_\varepsilon + h_{p2}(\alpha)) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -(r_\varepsilon + h_{p2}(\alpha)) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (3.5)$$

### 3.2.2.2. Évolution des composantes de vitesse en fonction de l'orientation de la plaquette

L'évolution des composantes de vitesse est étudiée pour chaque configuration de l'outil pour les paramètres géométriques et cinématiques du Tableau 3-3.

Tableau 3-3: Paramètres géométriques et cinématiques de coupe.

$V_c$		$f_z$	$a_p$	$R_0$	$z$	$V_f$		$\omega$
$m.min^{-1}$	$m.s^{-1}$	$mm$	$mm$	$mm$	$dent(s)$	$mm.min^{-1}$	$m.s^{-1}$	$rad.s^{-1}$
90	1.5	0.2	2	25	1	114	$1,9 \cdot 10^{-3}$	60

Pour la suite  $\theta=0^\circ$  sauf indication.

Pour un angle de direction d'arête  $\kappa_r$  égal à  $90^\circ$  et des angles de coupe  $\gamma_0$  et de direction d'arête  $\lambda_s$  nuls, la variation de la composante normale à la plaquette portée par  $\vec{x}_1$  au point  $P$  est présentée dans la Figure 3-8, en fonction de l'angle  $\theta$  (position angulaire de l'outil par rapport à la pièce). Pour  $\theta \in (0^\circ, 180^\circ)$  (outil en contact avec la matière), la vitesse  $V_{x1}$  évolue classiquement en fonction de la combinaison de la vitesse de rotation et d'avance de l'outil et la variation totale est égale au double de la vitesse d'avance.

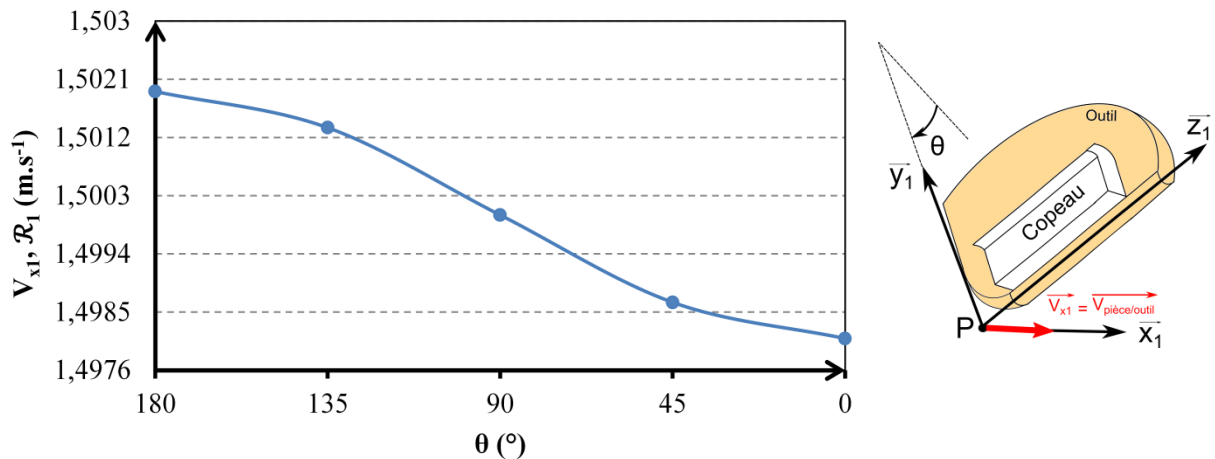


Figure 3-8. Variation de la composante normale à la plaquette portée par  $\vec{x}_1$  au point  $P$  (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 90^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$  et  $\lambda_s = 0^\circ$ ).

La valeur de la composante  $V_{y1}$  est directement liée à la vitesse d'avance et augmente légèrement (valeur maximale de  $19.10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ ) sur ce même intervalle en partant d'une valeur nulle (Figure 3-9).

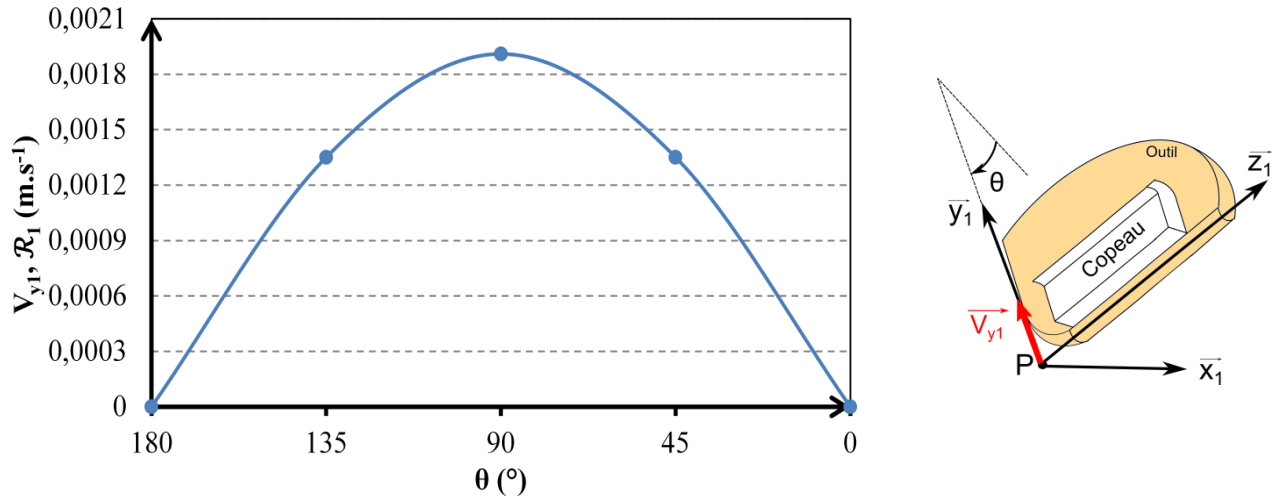


Figure 3-9. Variation de la composante normale à la plaquette portée par  $\vec{y}_1$  au point P (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 90^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$  et  $\lambda_s = 0^\circ$ ).

Pour un angle d'inclinaison d'arête  $\kappa_r$  de  $45^\circ$ , la vitesse  $V_{x2}$ , au point  $P_1$ , reste identique à celle dans le repère  $\mathcal{R}_1$ . Sur la partie linéaire de l'arête de coupe, la valeur de cette vitesse dépend de la position du point, sa valeur augmente de 6,8% du point  $P_{2,inf}$  au point  $P_{2,sup}$  (Figure 3-10).

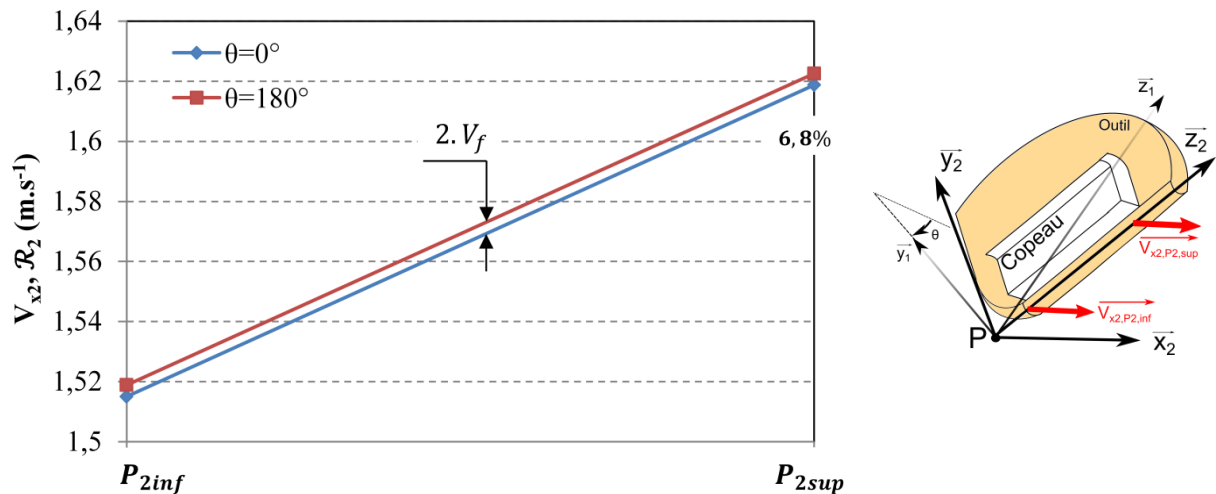


Figure 3-10. Variation instantanée des vitesses  $V_{x2}$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$  et  $\lambda_s = 0^\circ$ ).

La valeur de la composante de vitesse  $V_{y_2}$  diminue par rapport à celle dans le repère  $\mathcal{R}_1$  mais garde la même allure de variation. Sa variation en fonction de la position angulaire de l'outil est présentée sur la Figure 3-11.

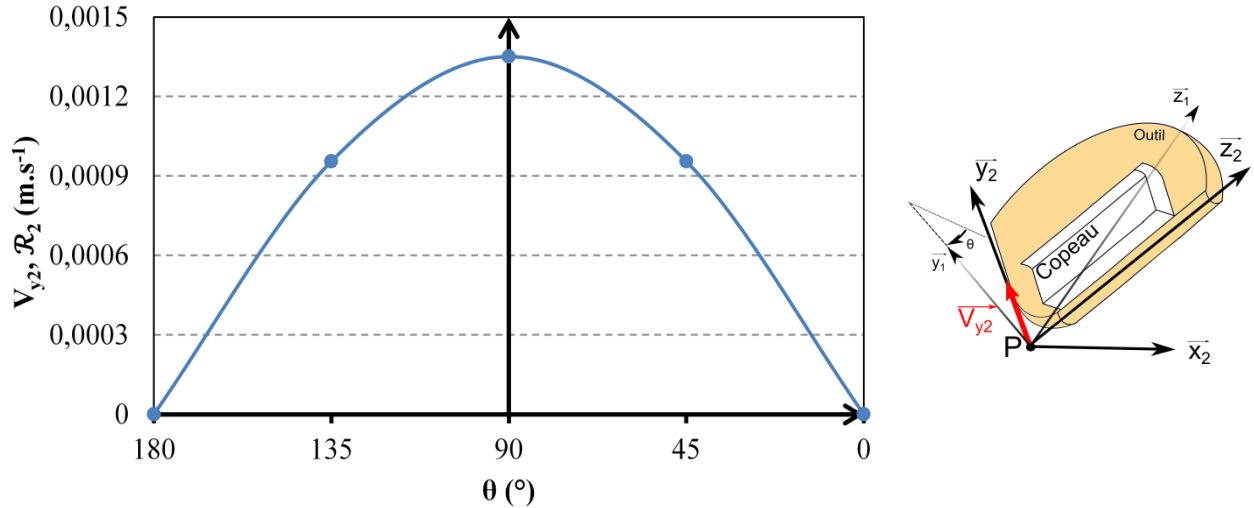


Figure 3-11. Variation instantanée de la vitesses  $V_{y_2}$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ$ ,  $\gamma_0 = 0^\circ$  et  $\lambda_s = 0^\circ$ ).

Le gradient de vitesse normale à la zone de cisaillement primaire génère une variation de la vitesse du copeau entre les deux points extrêmes ( $P_{2,\text{inf}}$  et  $P_{2,\text{sup}}$ ). La différence entre les vitesses d'écoulement du copeau génère une rotation du copeau sur la face de coupe et donc, comme on le verra ultérieurement la création d'un moment de coupe qui dépend directement de la cinématique et de la géométrie (Figure 3-12).

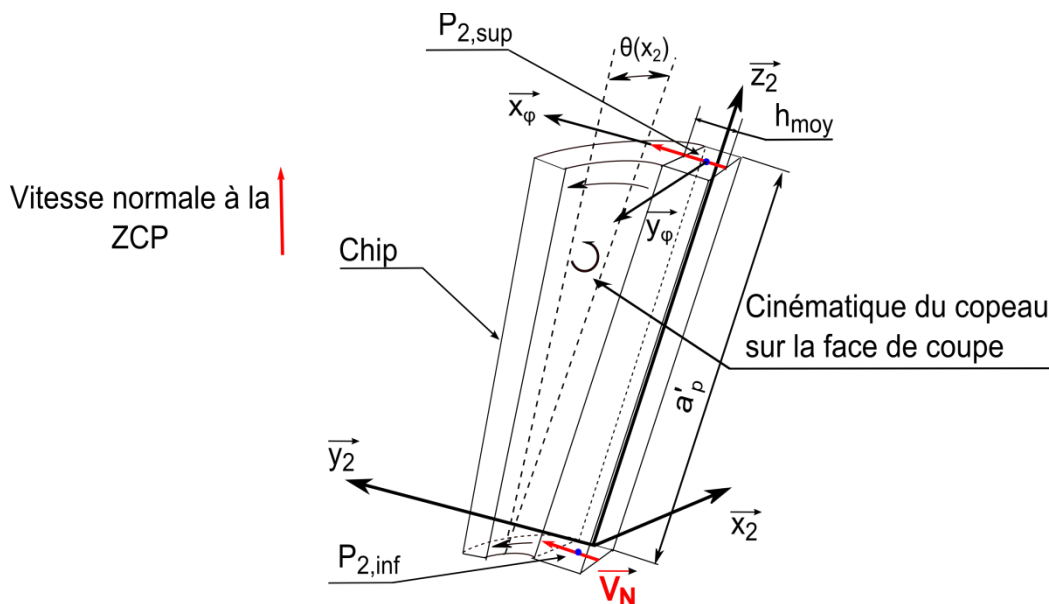
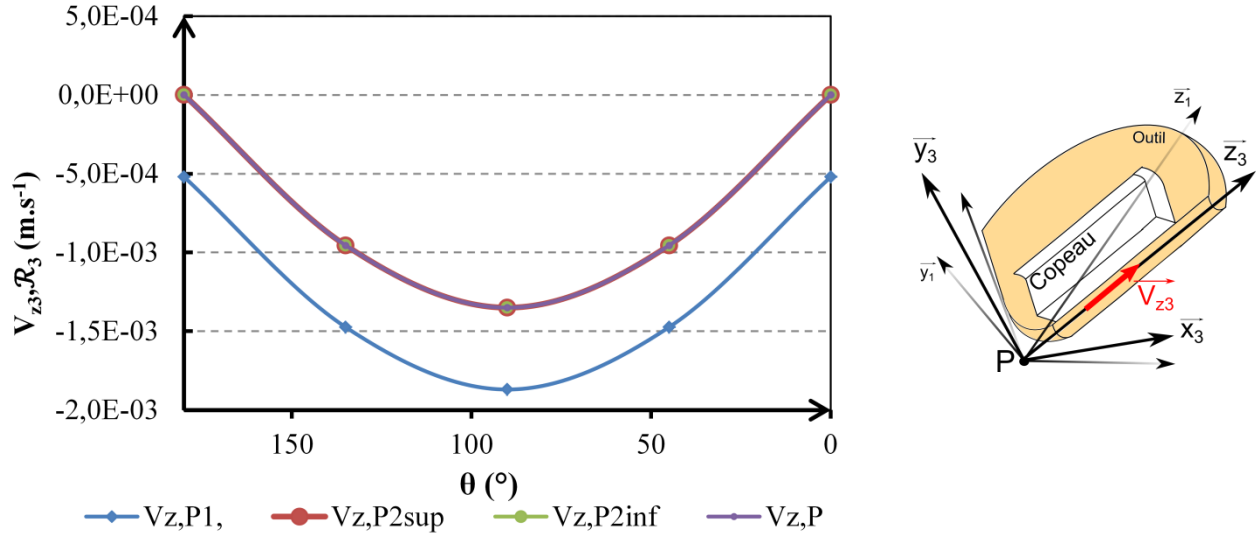
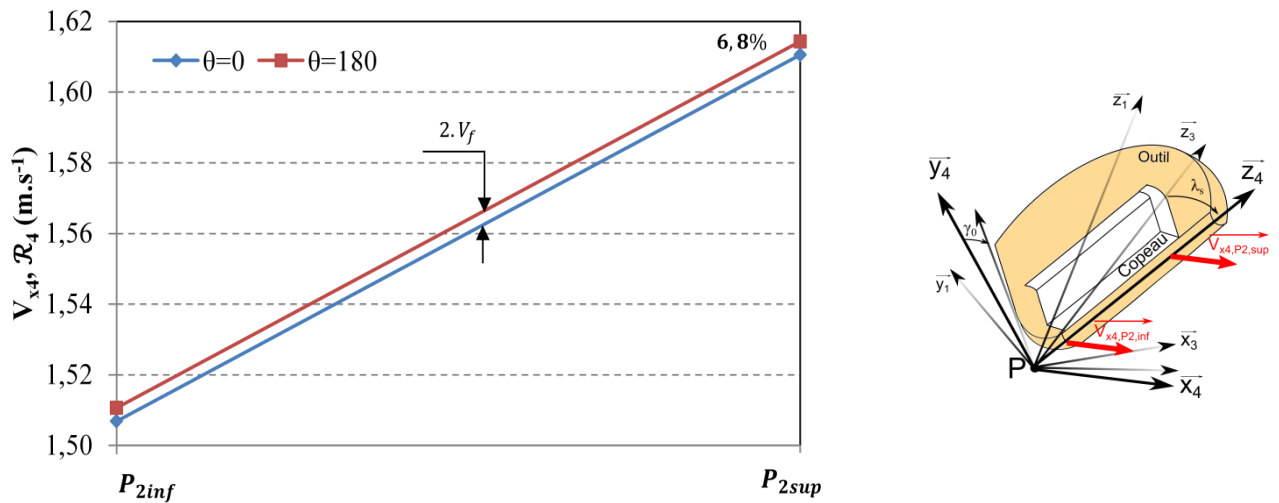


Figure 3-12. Gradient de la vitesse normale à la zone de cisaillement primaire entre les deux points extrêmes de la partie linéaire de l'arête.

La rotation  $\gamma_0$  de la plaquette génère une nouvelle composante de faible vitesse portée par  $\vec{z}_3$  et de même valeur que celle portée par  $\vec{y}_3$ . Une légère variation de cette vitesse est notée en passant des points  $P$  et  $P_2(k)$  au point  $P_1$  de la plaquette (Figure 3-13).



La variation de vitesse portée par  $\vec{x}_3$  reste identique à celle dans le repère  $\mathcal{R}_2$ . Pour un angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  de  $6^\circ$ , la vitesse  $V_{x4}$  au point  $P_{2,sup}$  diminue de 0,5% par rapport à la configuration précédente ( $\lambda_s = 0$ ) (Figure 3-14).



La composante de vitesse  $V_{y4}$  devient plus sensible à la position du point dans la zone linéaire de l'arête de coupe (Figure 3-15).

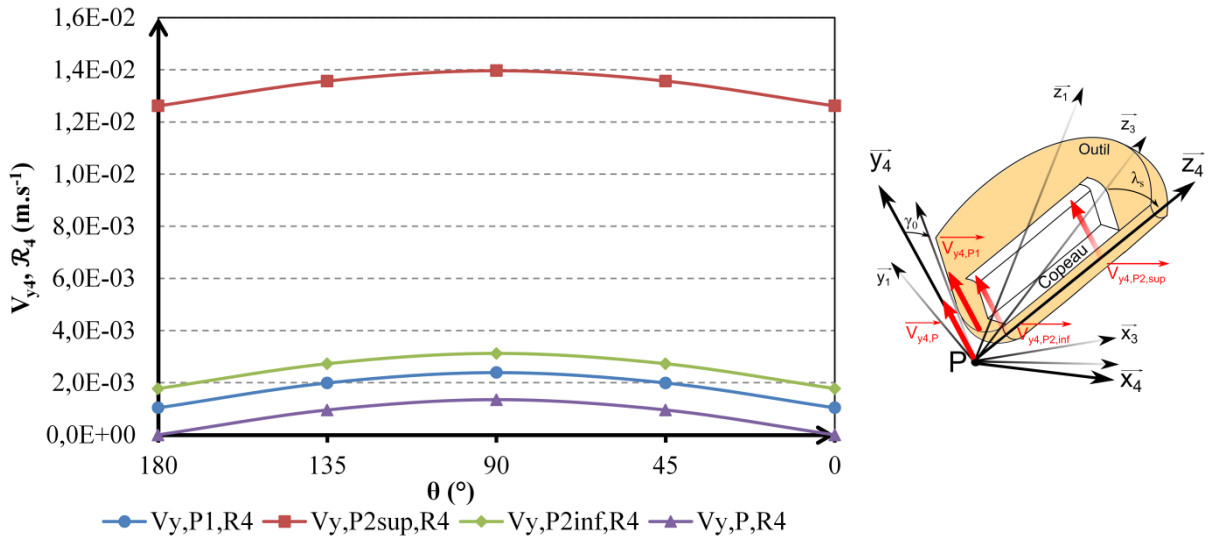


Figure 3-15. Variation instantanée des vitesses  $V_{y4}$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ$ ,  $\gamma_0 = 6^\circ$  et  $\lambda_s = 6^\circ$ ).

L'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère une augmentation de la valeur de vitesse portée par  $\vec{z}_4$  et passe, au point  $P$ , d'une valeur presque nulle avant la rotation  $\lambda_s$  à  $0,156 \text{ m.s}^{-1}$  (10% de la vitesse  $V_{x4}$ ) après orientation (Figure 3-16). Cette composante de vitesse augmente la vitesse de coupe instantanée.

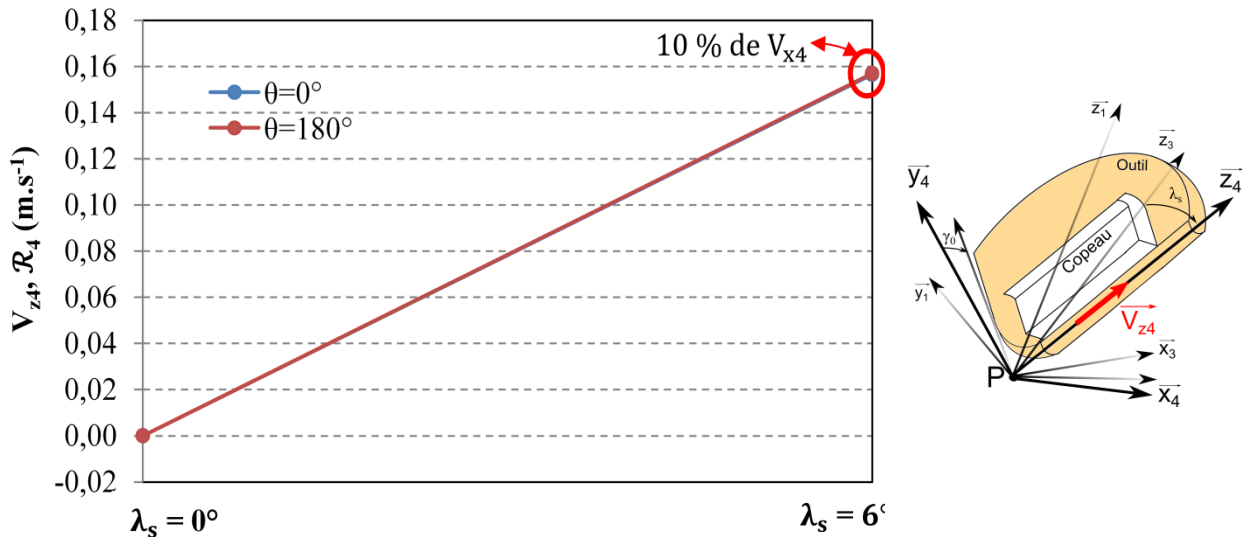


Figure 3-16. Variation instantanée de vitesse  $V_{z4}$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  pour une variation de  $\lambda_s$  de  $0^\circ$  à  $6^\circ$  (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ$ ,  $\gamma_0 = 6^\circ$ ).



Le déplacement du copeau porté par  $\vec{z}_4$  génère une nouvelle composante d'effort autre que les efforts de coupe et tangentiel résultant d'un modèle de coupe orthogonale "classique".

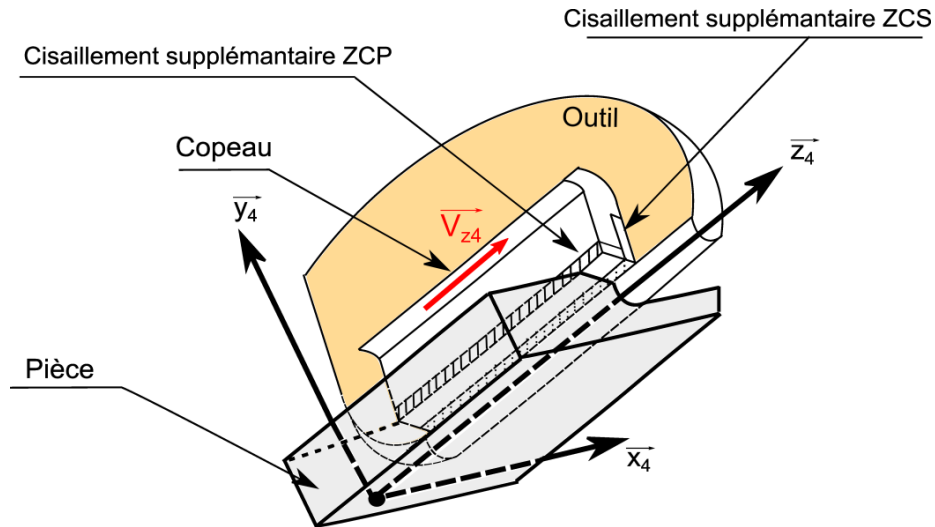


Figure 3-17. Création d'un surplus de déformation dans les deux zones de cisaillement primaire et secondaire dû à la composante de vitesse  $V_{z4}$  de copeau.

L'étude de sensibilité de la composante de vitesse de coupe  $V_{corth}$ , en configuration de coupe orthogonale, et la différence de cette dernière entre les deux points extrêmes de la partie linéaire de la plaquette ( $dV_{corth}$ ) aux paramètres géométriques de coupe est présentée dans le paragraphe suivant.

### 3.2.3. Étude de sensibilité de $V_{corth}$ , $dV_{corth}$ et $V_{z4}$ aux paramètres géométriques

Les sensibilités des vitesses  $V_{corth}$ , de son gradient  $dV_{corth}$  le long de l'arête de coupe et de la nouvelle composante portée par l'arête de coupe  $V_{z4}$  aux paramètres géométriques sont étudiées dans cette partie. La sensibilité de chaque vitesse est analysée au point le plus sensible à la variation des paramètres  $P_{2,sup}$  pour différentes valeurs d'angle d'inclinaison d'arête ( $\lambda_s$ ), d'angle de direction d'arête ( $\kappa_r$ ), d'avance par dent  $f_z$  et de profondeur de passe  $a_p$ . La vitesse des points situés sur la partie droite de l'arête de coupe ne dépend pas de l'angle de coupe.

#### 3.2.3.1. Sensibilité de $V_{corth}$ et $V_{z4}$ à l'angle d'inclinaison d'arête $\lambda_s$

Pour les paramètres cinématiques et géométriques cités dans le Tableau 3-3, un angle de coupe de  $6^\circ$  et un angle de direction d'arête de  $45^\circ$ , la variation des vitesses  $V_{corth}$  et  $V_{z4}$  en

fonction de l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  est étudiée. La variation de chaque composante est présentée sur les Figure 3-18 et 3-19.

Due à une faible variation du rayon de la fraise, la vitesse de coupe diminue en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$ . Pour une différence de l'angle  $\lambda_s$  de  $15^\circ$ , cette variation est de 2,9%.

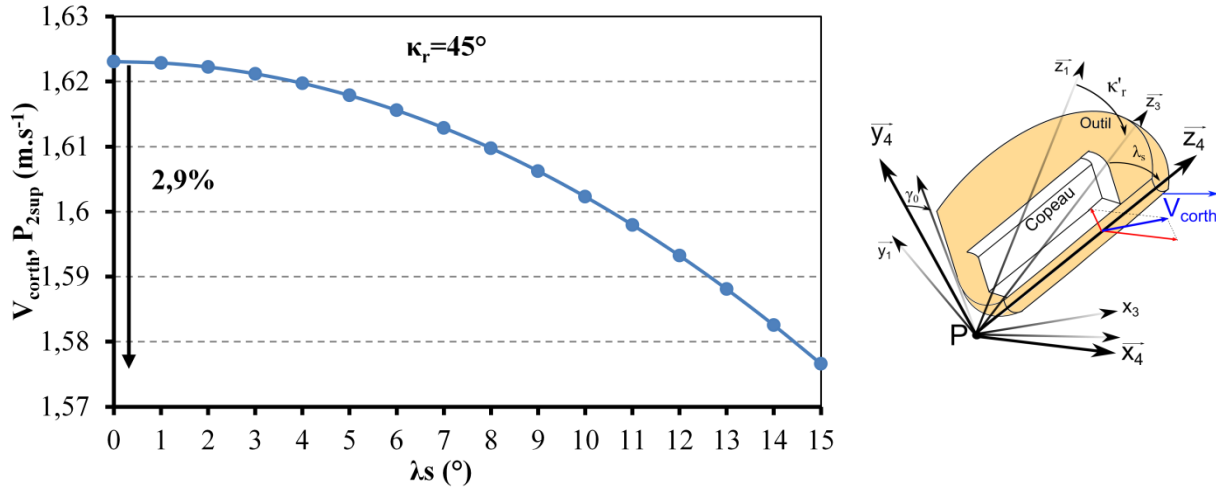


Figure 3-18. Sensibilité de la vitesse de coupe  $V_{corth}$  à l'angle d'inclinaison d'arête (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ, \gamma_0 = 6^\circ$ ).

La composante de vitesse  $V_{z4}$  varie linéairement en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$ . Cette composante de vitesse n'est pas dépendante de l'angle  $\kappa_r$ .

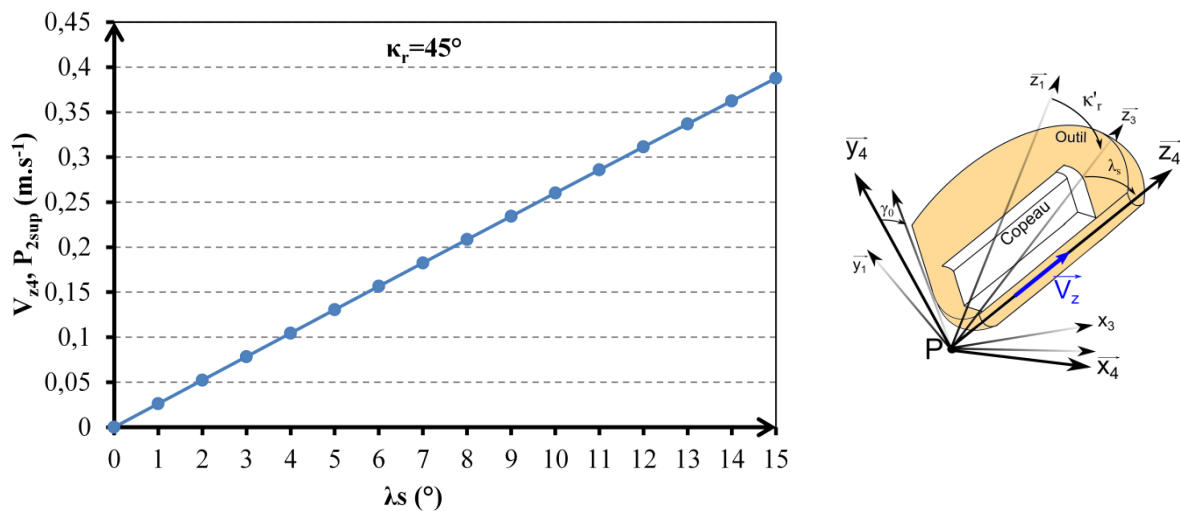


Figure 3-19. Sensibilité de la vitesse portée par l'arête de coupe  $V_{z4}$  à l'angle d'inclinaison d'arête (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\kappa_r = 45^\circ, \gamma_0 = 6^\circ$ ).

### 3.2.3.2. Sensibilité de $V_{c,orth}$ à l'avance par dent $f_z$ et $\kappa_r$

Les courbes de la Figure 3-20 et Figure 3-21 représentent la variation de la composante de vitesse  $V_{c,orth}$  en fonction de l'avance par dent  $f_z$  pour deux positions angulaires de la plaquette ( $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ ) et pour différents angles de direction d'arête  $\kappa_r$  ( $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ). La vitesse de coupe  $V_{c,orth}$  est inversement proportionnelle à l'angle de direction d'arête  $\kappa_r$ . Pour  $f_z = 0,1 \text{ mm}$ , sa valeur diminue de 14,7% et passe de  $1,71 \text{ m.s}^{-1}$  pour un angle de direction d'arête de  $30^\circ$  à  $1,49 \text{ m.s}^{-1}$  pour  $\kappa_r = 90^\circ$ .

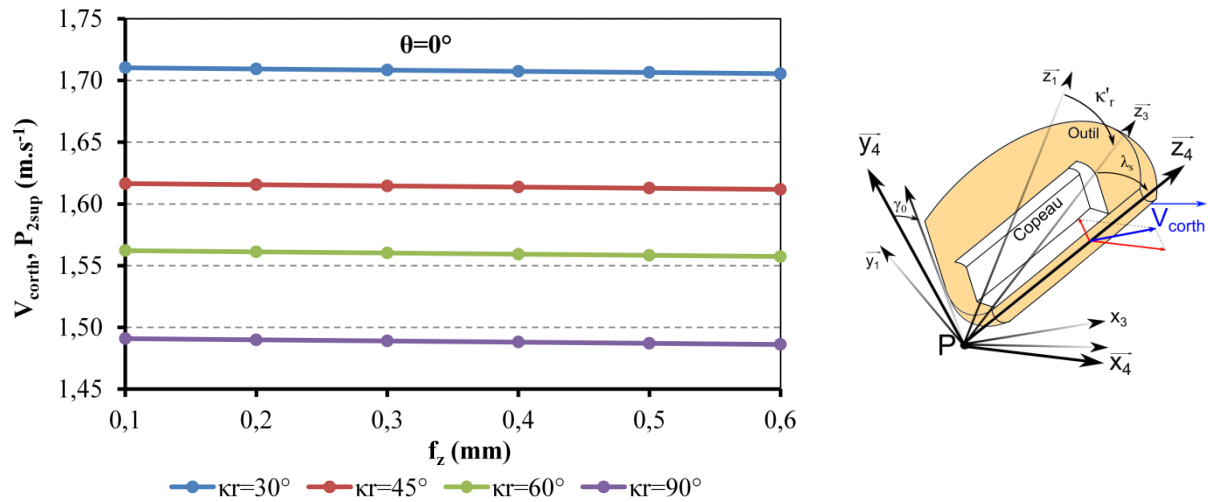


Figure 3-20. Sensibilité de la vitesse de coupe  $V_{c,orth}$  à l'avance par dent et l'angle de direction d'arête (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3 et  $\gamma_0 = 6^\circ$ ).

La vitesse  $V_{c,orth}$  diminue en fonction de l'avance par dent pour  $\theta = 0^\circ$  (soustraction de la vitesse d'avance) et augmente pour  $\theta = 180^\circ$  (addition de la vitesse d'avance). Sa variation est présentée sur la Figure 3-21.

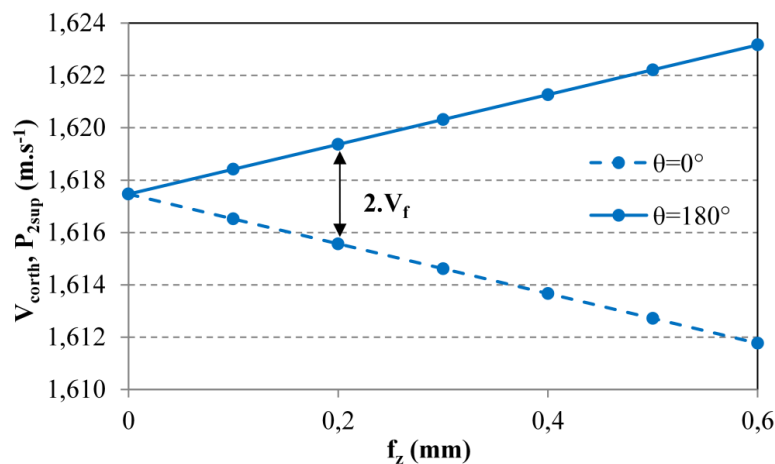


Figure 3-21. Sensibilité de la vitesse de coupe  $V_{c,orth}$  à l'avance par dent (pour les conditions de coupe du Tableau 3-3,  $\kappa_r = 45^\circ$  et  $\gamma_0 = 6^\circ$ ).

La différence entre les deux vitesses de coupe (pour les deux positions angulaires) augmente en fonction de l'avance par dent générée par l'augmentation de la vitesse d'avance.

### 3.2.3.3. Sensibilité de $dV_{corth}$ à la profondeur de passe $a_p$ et $\kappa_r$

Afin d'étudier la sensibilité du gradient de vitesse, la valeur de  $dV_{corth}$  qui est la différence entre les vitesses de coupe des deux points extrêmes  $P_{2,inf}$  et  $P_{2,sup}$  sera analysée. Pour les données géométriques et cinématiques précédentes, la variation de  $dV_{corth}$  en fonction de la profondeur de passe et pour différents angles d'attaque est représentée sur la Figure 3-22.

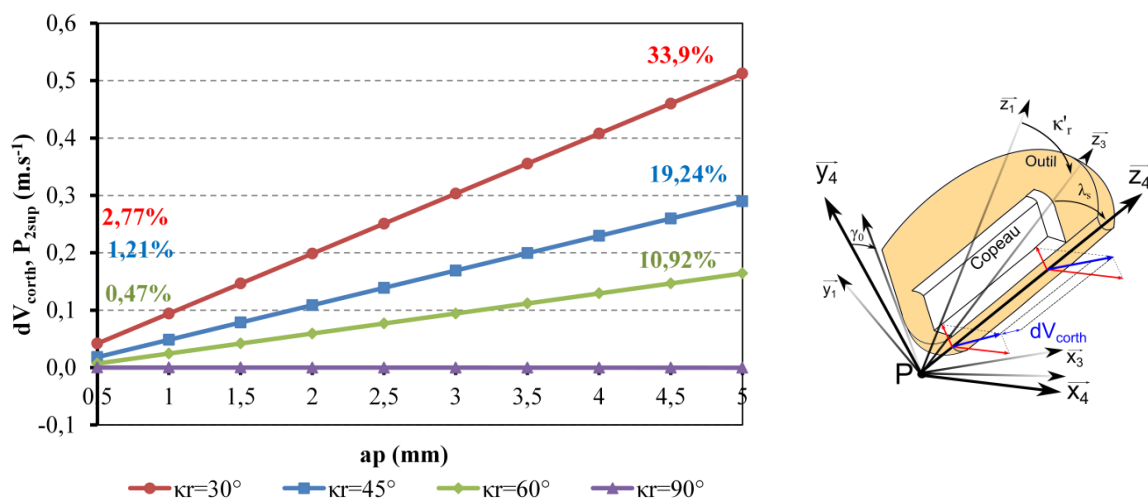


Figure 3-22. Sensibilité de la vitesse  $dV_{corth}$  à la profondeur de passe pour  $\lambda_s = 6^\circ$  et  $\gamma_0 = 6^\circ$ .  $dV_{corth}$  est très sensible à la profondeur de passe. Pour  $\kappa_r$  égal à  $45^\circ$  sa valeur passe de  $0,018 m.s^{-1}$  pour  $a_p = 0,5 mm$  à  $0,29 m.s^{-1}$  pour  $a_p = 5 mm$ . La variation de cette différence de vitesse par rapport à la vitesse de coupe au point  $P_{2,inf}$  est inversement proportionnelle à l'angle  $\kappa_r$  et la variation passe de 33,9% pour un angle de direction d'arête de  $30^\circ$  à 10,92% pour un angle  $\kappa_r$  de  $60^\circ$ . L'influence de cette différence est prépondérante et directement liée aux efforts calculés par le modèle de coupe.

## 3.3 Cas d'une plaquette ronde et de la zone du rayon de bec

Cette partie concerne la géométrie d'arête d'une plaquette ronde et la zone du rayon de bec de la plaquette à arête droite (zone 1 de Figure 3-1) des paragraphes précédents. Le paramétrage des orientations de la plaquette en configuration de fraisage et la variation des composantes du vecteur vitesse dans l'espace seront détaillés dans la suite.

### 3.3.1. Orientations de la plaquette en configuration de fraisage

L'orientation dans le repère  $\mathcal{R}_4$  d'une plaquette ronde est représentée sur la Figure 3-23. En fonction de la profondeur de passe  $a_p$ , la vitesse de chaque point est déterminée dans le repère local à la plaquette.

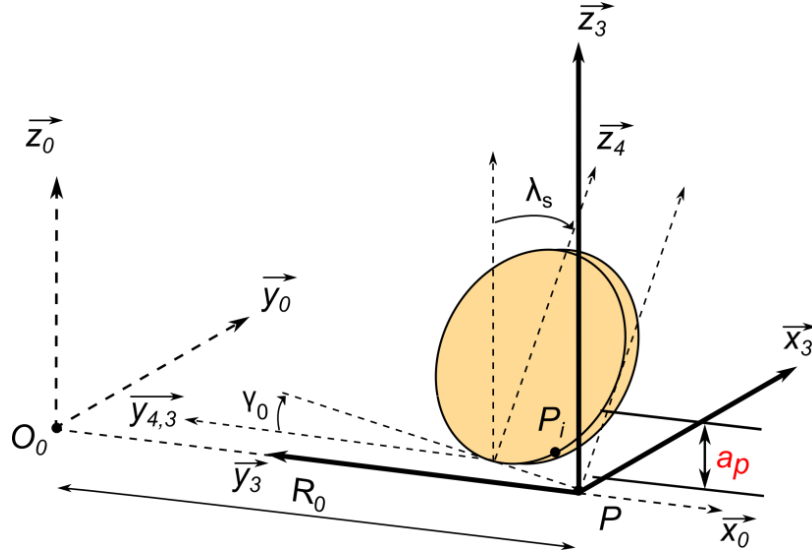


Figure 3-23. Orientation d'une plaquette ronde dans l'espace.

On rappelle que le repère  $\mathcal{R}_1$  est un repère lié à la pointe  $P$  de la plaquette avant les rotations  $\gamma_0$  et  $\lambda_s$ . L'angle de direction d'arête  $\kappa_r$  n'existe pas pour ce type de plaquette. Le repère  $\mathcal{R}_4$  est obtenu par une rotation  $\lambda_s$  du repère  $\mathcal{R}_3$  par rapport à l'axe  $\vec{y}_3$ .

### 3.3.2. Variation instantanée des composantes de vitesse

#### 3.3.2.1. Vecteur vitesse généralisée

Le vecteur vitesse en chaque point  $P_i$  sur l'arête de coupe est calculé en fonction de la vitesse de la pointe théorique de l'outil. La formule du transport des vitesses suivante est utilisée:

$$\vec{V}_{(P_i \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \vec{P_i P} \wedge \vec{\Omega}_{(\text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}}. \quad (3.6)$$

La vitesse de chaque point  $P_i$  en fonction des angles d'orientation de l'arête est donnée par :

$$\vec{V}_{(P_i \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \begin{bmatrix} (dy_1 \cdot \cos(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega) - (dz_1 \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega) \\ -(dz_1 \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega) - (dy_1 \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega) \\ (dy_1 \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega) + (dy_1 \cdot \cos(\gamma_0) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4} \quad (3.7)$$

avec :

$$dy_1 = y_1, \quad (3.8)$$

$$dz_1 = r_\varepsilon - \sqrt{2 \cdot y_1 \cdot r_\varepsilon - y_1^2} \quad (3.9)$$

$y_1$  étant l'abscisse des points  $P_i$  sur l'arête de coupe dans le repère  $\mathcal{R}_1$ .

Pour une plaquette ronde le torseur cinématique à la pointe théorique  $P$  de l'outil (Figure 3-23) est de la forme :

$$\left[ v_{P \in \text{Outil} / \text{Pièce}} \right]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} \sin(\lambda_s) \cdot \omega & \cos(\lambda_s) (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) \\ 0 & V_f \cdot \sin(\theta) \\ -\cos(\lambda_s) \cdot \omega & \sin(\lambda_s) (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}, \quad (3.10)$$

et la vitesse de chaque point  $P_i$  devient :

$$\vec{V}_{(P_i \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \begin{bmatrix} (dy_1 \cdot \cos(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \omega) \\ -(dz_1 \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \omega) - (dy_1 \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \omega) \\ (dy_1 \cdot \cos(\gamma_0) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \omega) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (3.11)$$

### 3.3.2.2. Évolution des différents composantes de vitesses en fonction de l'orientation de la plaquette

Le paragraphe suivant présente les évolutions des différentes composantes du vecteur vitesse. Chaque vitesse est représentée pour deux positions angulaires de l'outil  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ . Pour les mêmes paramètres géométriques cités dans le Tableau 3-3, l'évolution de chaque composante de vitesse est analysée; la Figure 3-24 représente l'évolution de la vitesse portée par  $\vec{x}_4$  ( $V_{x4}$ ) en fonction de la position sur l'arête (en partant de la pointe de l'outil et en balayant tout le rayon de bec qui est égal à 4 mm). La vitesse  $V_{x4}$  est fortement liée à la position de chaque point de l'arête par rapport au centre de l'outil; sa valeur diminue de 14.2% entre les deux positions extrêmes dépendant de la profondeur de passe. La position angulaire de l'outil n'a pas d'effet sur la variation de cette vitesse.

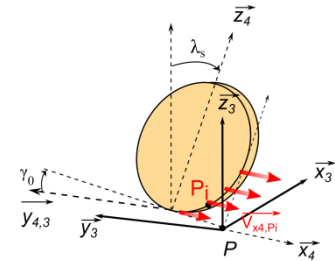
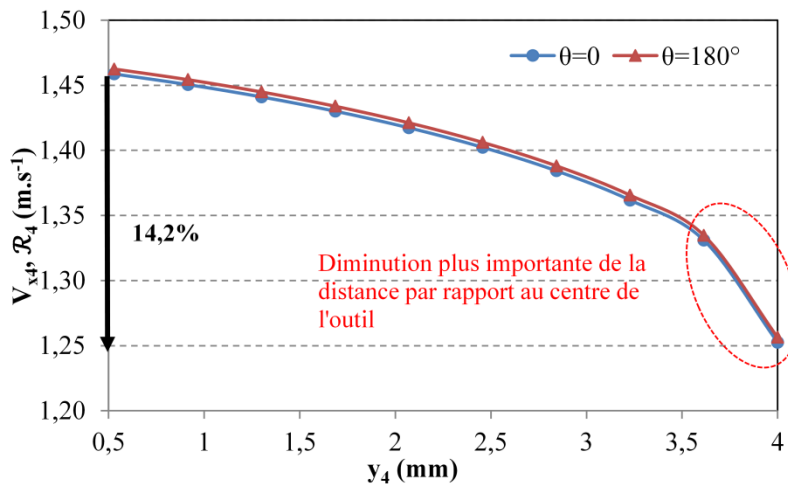


Figure 3-24. Variation de la composante  $V_{x_4}$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  le long du rayon de bec  
( $\gamma_0 = \lambda_s = 6^\circ$ ).

L'évolution de la vitesse  $V_{y_4}$  est donnée sur la courbe de la Figure 3-25; sa valeur est nettement inférieure à celle portée par  $\bar{x}_4$  et dépend de la position sur l'arête.

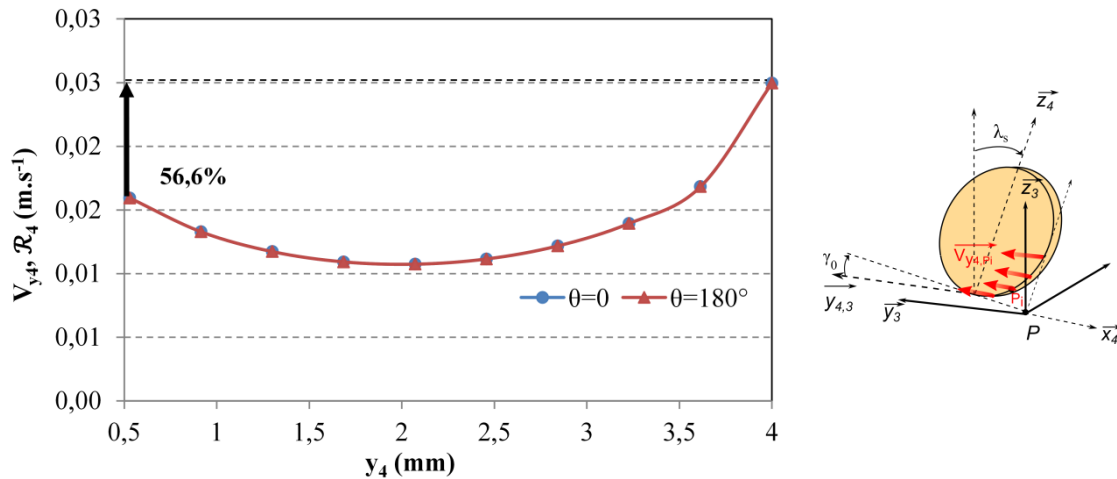


Figure 3-25. Variation de la composante  $V_{y_4}$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  le long du rayon de bec  
( $\gamma_0 = \lambda_s = 6^\circ$ ).

L'orientation de la plaquette génère une composante de vitesse portée par  $\bar{z}_4$ . La Figure 3-26 représente l'évolution de la vitesse  $V_{z_4}$  en fonction de la position sur l'arête. Cette vitesse est décroissante en fonction de la position sur l'arête; sa valeur diminue d'environ 14% en partant du point le plus loin du centre de l'outil vers le point le plus proche. Comme pour la vitesse  $V_{x_4}$ , la position angulaire de l'outil n'a pas d'effet sur la variation de la vitesse  $V_{z_4}$ .

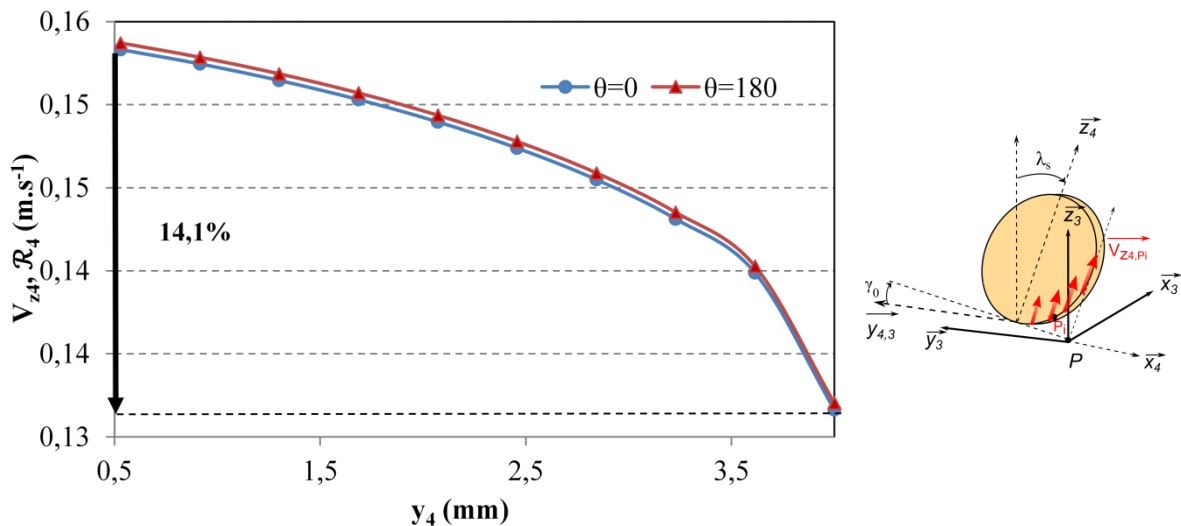


Figure 3-26. Variation de la composante  $V_z$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  le long du rayon de bec  
( $\gamma_0 = \lambda_s = 6^\circ$ ).

La vitesse globale du copeau est décomposée sur les deux axes  $\bar{y}_4$  et  $\bar{z}_4$  (Figure 3-27).

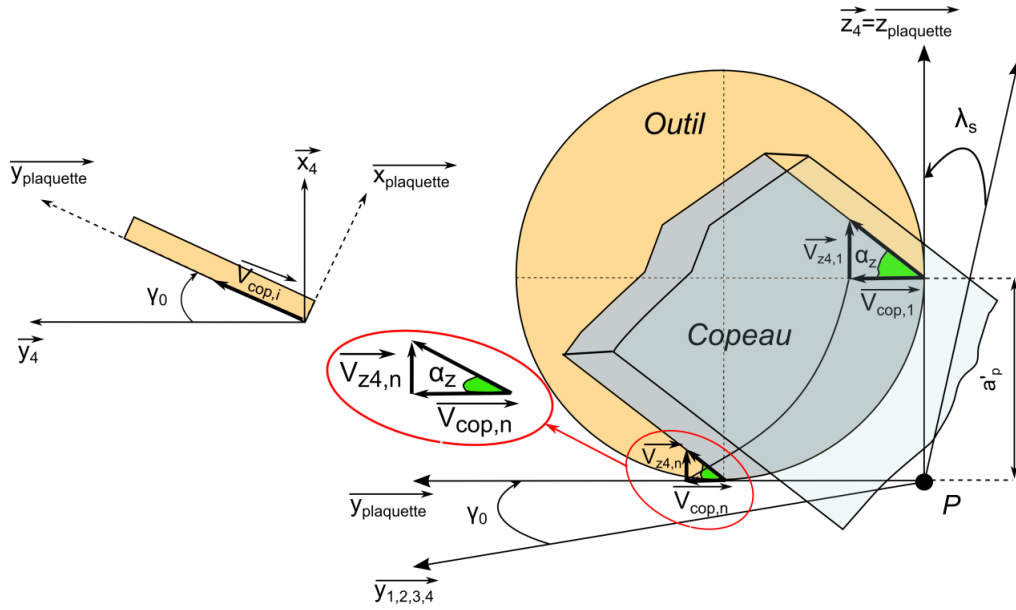


Figure 3-27. Champs de vitesses aux interfaces (vitesse de copeau  $V_{cop}$  et vitesse  $V_{z4}$  portée par  $\vec{z}_4$ ).

$a'_p$  est la profondeur de passe réelle après orientation de la plaquette. L'angle  $\alpha_z$  définit la direction de glissement du copeau sur la face de coupe, sa valeur est constante pour un angle d'inclinaison d'arête donné. Cet angle s'écrit en fonction de l'angle  $\lambda_s$  de la manière suivante :

$$\alpha_z = \frac{3}{2} \lambda_s . \quad (3.12)$$

### 3.4 Calcul de l'avance instantanée

Cette partie consiste à déterminer l'avance instantanée  $h_{m1}$  liée au plan de coupe orthogonal après la rotation  $\kappa_r$  de la plaquette (Figure 3-28).

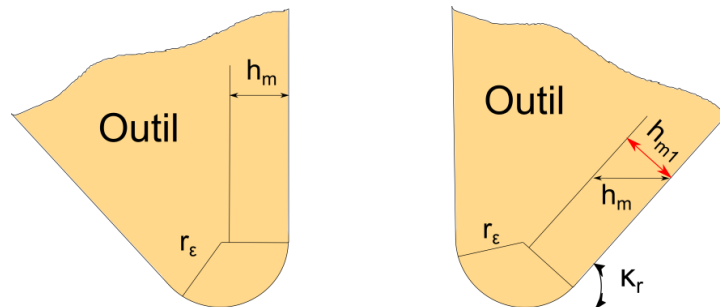


Figure 3-28. Nouvelle avance instantanée  $h_{m1}$  après rotation  $\kappa_r$  de la plaquette.

La nouvelle expression de l'avance instantanée devient après cette rotation, en fonction de l'angle de direction d'arête  $\kappa_r$  et l'avance instantanée standard  $h_m$  (définie dans le plan de travail de l'outil), de la forme suivante :



$$h_{m1} = h_m \cdot \sin(\kappa_r). \quad (3.13)$$

Les deux mouvements combinés de rotation et d'avance de l'outil génèrent une variation importante de l'épaisseur de copeau. Plusieurs travaux [Saï et al, 2008], [Li et al, 2001], [Spiewak, 1995], traitent du calcul de l'épaisseur instantanée du copeau dans le plan de travail de l'outil. Les premiers travaux de Martelotti [Martellotti, 1941], [Martellotti, 1945] et d'Albert [Albert, 2010], considèrent la trajectoire théorique de l'outil comme trochoïdale. H.Z Li [Li et al, 2001] propose une nouvelle approche de calcul pour une trajectoire linéaire de l'outil. Dans notre étude, l'épaisseur instantanée est déterminée à partir d'une représentation géométrique de la zone balayée par l'outil. Le vecteur position de chaque point  $P_i$ , appartenant à l'outil, par rapport au repère  $\mathcal{R}_0$  lié à la pièce, est considéré fixe et de la forme :

$$\overrightarrow{OP_i} : \begin{bmatrix} R_i \cdot \cos(\theta) \\ V_f \cdot t - R_i \cdot \sin(\theta) \end{bmatrix}_{R_0} . \quad (3.14)$$

La détermination de la position exacte de la pointe de l'outil à un instant  $t$  donné et à chaque position angulaire permet la détermination de l'avance instantanée de coupe  $h_m$ , entre deux rotations successives de l'outil.

### 3.4.1. Approche de calcul

L'avance instantanée de l'outil  $h_m$  est déterminée en fonction de la variation de l'angle  $d_\theta = \theta_1 - \theta_2$  pour laquelle le point  $P_{\theta_1}$  coïncide avec la droite  $\Delta_{\theta_2}$  correspondant à la rotation 2 (Figure 3-29).

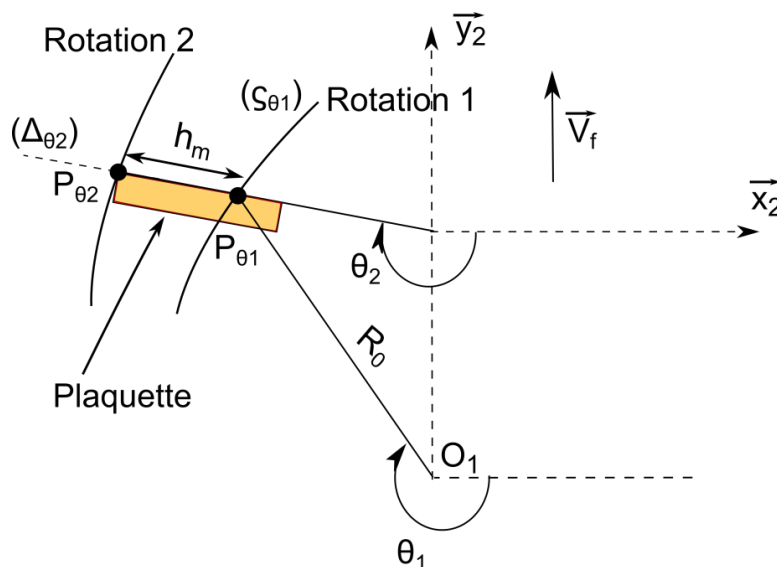


Figure 3-29. Position du point  $P_{\theta_2}$  (rotation 2) par rapport au point  $P_{\theta_1}$  (rotation 1).

La position exacte du point  $P_{\theta_1}$  est déterminée à partir de l'égalité entre l'équation de la droite  $\Delta_{\theta_2}$  correspondant à la deuxième rotation (angle  $\theta_2$ ) avec l'équation  $\zeta_{\theta_1}$  correspondant à l'équation de déplacement de la première rotation (angle  $\theta_1$ ).

$$\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1) = \frac{V_f \cdot t_2}{R_0 \cdot \cos(\theta_2)} . \quad (3.15)$$

Le temps  $t_2$  correspond au temps nécessaire pour que le point  $P_{\theta_2}$ , depuis la rotation 1, soit aligné avec  $P_{\theta_1}$ .

### 3.4.2. Résultats et interprétations

L'avance instantanée  $h_m$  à chaque position angulaire de la plaquette est déterminée en fonction des coordonnées des points  $P_{\theta_1}$  et  $P_{\theta_2}$  en partant des équations de mouvement :

$$P_{\theta_1} : x_{P_{\theta_1}} = R_0 \cdot \cos(\theta_1) ; y_{P_{\theta_1}} = -R_0 \cdot \sin(\theta_1) - V_f \cdot t_2 , \quad (3.16) ; (3.17)$$

$$P_{\theta_2} : x_{P_{\theta_2}} = R_0 \cdot \cos(\theta_2) ; y_{P_{\theta_2}} = -R_0 \cdot \sin(\theta_2) . \quad (3.18) ; (3.19)$$

La forme générale de l'avance instantanée est :

$$h_m = \sqrt{(x_{P_{\theta_2}} - x_{P_{\theta_1}})^2 + (y_{P_{\theta_2}} - y_{P_{\theta_1}})^2} . \quad (3.20)$$

Pour un rayon de l'outil de  $R_0 = 25 \text{ mm}$ , la variation de l'avance instantanée  $h_m$  en fonction de  $\theta$  pour différentes avances par dent, est présentée sur la Figure 3-30.

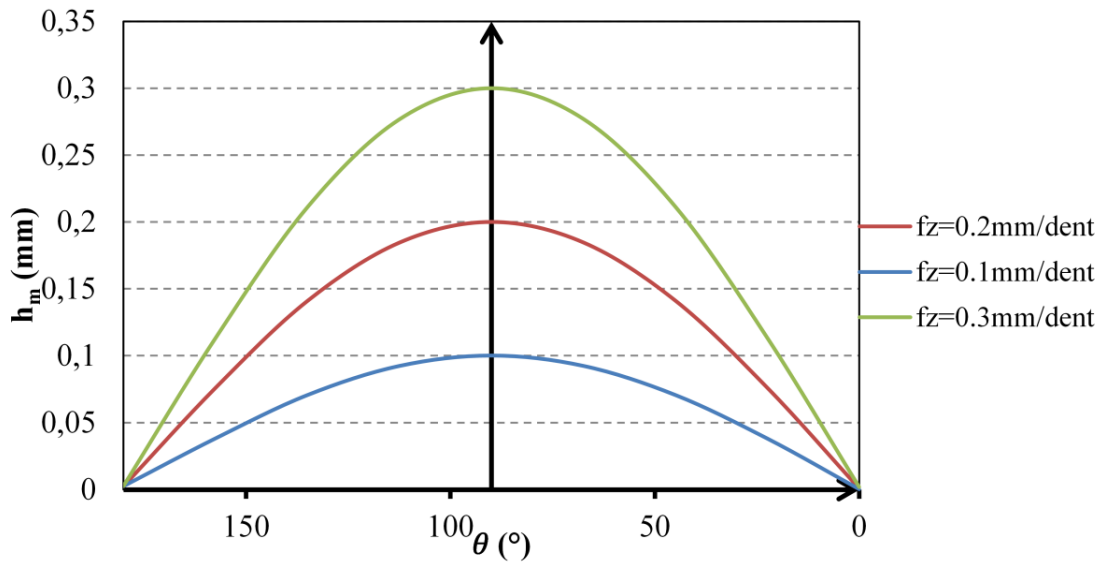


Figure 3-30. Variation de  $h_m$  en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $f_z$ .

L'épaisseur  $h_m$  augmente en fonction de l'avance et sa valeur maximale est égale à  $f_z$ .

L'épaisseur instantanée dépend aussi de l'angle de direction d'arête de la plaquette.

### 3.5 Conclusion

Le travail effectué dans ce chapitre permet l'étude cinématique 3D de l'opération de fraisage. Après la présentation des données de modélisation de la géométrie de l'outil dans l'espace, l'influence de la cinématique lors de la coupe sur la variation instantanée des paramètres cinématiques et les paramètres géométriques est calculée et analysée. À partir de cette étude, plusieurs constatations sont faites :

- Les mouvements combinés de rotation et d'avance de l'outil génèrent une évolution du plan de coupe orthogonal et donc une variation de l'angle de coupe  $\gamma_0$  et de dépouille  $\alpha_0$  lors de l'opération de fraisage (Figure 3-7).
- L'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère l'apparition d'une nouvelle composante de vitesse portée par l'arête de coupe et donc une nouvelle composante d'effort  $F_{z4}$ .

Les gradients de vitesse sont à l'origine d'une forte interaction entre les différents éléments de volume sur l'arête de coupe.

Le glissement du copeau génère un surplus de déformation et de vitesse de déformation dans les deux zones de cisaillement primaire et secondaire qui seront détaillées dans le prochain chapitre. Le comportement de la matière sur la face de coupe dépend donc directement de sa position sur l'arête de coupe. Le chapitre suivant exprime, à partir des paramètres cinématiques déterminées et du modèle de coupe développé dans le chapitre II, les actions de coupe dans la configuration 3D de fraisage.

# CHAPITRE IV

## *Modélisation 3D des actions mécaniques de la coupe*

---

*Le long de l'arête de coupe, les paramètres géométriques et cinématiques varient fortement et le vecteur vitesse en chaque point est très sensible à la position réelle du point considéré de l'arête de coupe. L'étude proposée intègre, pour chacune des zones de cisaillement, l'effet des gradients de vitesse sur les champs de déformation et de vitesse de déformation. Ces gradients de vitesse génèrent des déplacements supplémentaires du copeau, dans les trois dimensions et, par conséquent, de nouvelles composantes d'efforts et de moments de coupe. Cette étude présente la démarche globale de calcul des actions de coupe en partant d'une description fine de chaque zone caractéristique. Le torseur d'action est déterminé à la pointe de l'outil en fonction des efforts élémentaires le long de l'arête de coupe et les résultats sont confrontés à des essais expérimentaux.*



# Sommaire

4.1.	<i>Introduction.....</i>	109
4.2.	<i>Description de la cinématique 3D en fraisage.....</i>	110
4.3.	<i>Modélisation volumique des champs de déformations et de vitesses de déformation</i>	111
4.3.1.	<i>Etude de la zone de cisaillement primaire.....</i>	111
4.3.1.1	<i>Champs de vitesses et déplacements portés par <math>\vec{x}_\varphi</math> dans le repère <math>\mathcal{R}_\varphi</math>.....</i>	111
4.3.1.2	<i>Champs de vitesses et déplacements portés par <math>\vec{y}_\varphi</math> dans le repère <math>\mathcal{R}_\varphi</math>.....</i>	112
4.3.1.3	<i>Champs de vitesses et déplacements portés par <math>\vec{z}_\varphi</math> dans le repère <math>\mathcal{R}_\varphi</math>.....</i>	113
4.3.1.4	<i>Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement primaire .....</i>	114
4.3.2.	<i>Etude de la zone de cisaillement secondaire .....</i>	116
4.3.2.1	<i>Description de la modélisation des champs de vitesse .....</i>	116
4.3.2.2	<i>Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement secondaire.....</i>	118
4.4.	<i>Etude de sensibilité.....</i>	119
4.4.1.	<i>Sensibilité à l'angle de coupe .....</i>	119
4.4.2.	<i>Sensibilité à l'angle d'inclinaison d'arête <math>\lambda_s</math> .....</i>	120
4.4.3.	<i>Sensibilité à l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire.....</i>	120
4.4.4.	<i>Sensibilité à la profondeur de passe <math>a_p</math> .....</i>	121
4.5.	<i>Calcul des actions et des moments de coupe (cas d'une plaquette à arête droite et d'une plaquette ronde).....</i>	121
4.5.1.	<i>Paramétrage et discrétisation de l'arête de coupe.....</i>	121
4.5.2.	<i>Calcul des déformations et des vitesses de déformation élémentaires .....</i>	123
4.5.3.	<i>Calcul des actions de coupe.....</i>	127
4.6.	<i>Validation expérimentale .....</i>	128
4.7.	<i>Conclusion.....</i>	131



# Nomenclature

$\mathcal{R}_0$  : Repère initial lié au centre de l'outil.

$\mathcal{R}_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  : Repère lié à la plaquette après orientation.

$\mathcal{R}_\varphi(\vec{x}_\varphi, \vec{y}_\varphi, \vec{z}_\varphi)$  : Repère lié à la zone de cisaillement primaire.

$\mathcal{R}_c(\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  : Repère lié à la zone de cisaillement secondaire.

$\kappa_r, \gamma_0, \lambda_s$  : Angle de direction d'arête, Angle de coupe, angle d'inclinaison d'arête ( $^\circ$ ).

$O_0, P$  : Centre de l'outil, pointe théorique de l'outil.

$\omega$  : Vitesse de rotation ( $\text{rad.s}^{-1}$ ).

$V_f$  : Vitesse d'avance ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$a_p$  : Profondeur de coupe ( $\text{m}$ ).

$P_{2,\text{inf}}, P_{2,\text{sup}}$  : Points extrêmes définis sur la partie linéaire de l'arête de coupe.

$V_N, V_s, V_z$  : Champs de vitesse dans la ZCP ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$V_{gz}, dV_N, dV_s, dV_z$  : Vitesse inter-faciale outil-copeau, différences maximales de vitesse pour les champs  $V_N, V_s$  et  $V_z$  ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$V_{s,P_{2,\text{inf}}}, V_{N,P_{2,\text{inf}}}, V_{cop,P_{2,\text{inf}}}$  : Vitesse de glissement maximale, au point  $P_{2,\text{inf}}$ , dans la ZCP, vitesse normale à la ZCP, au point  $P_{2,\text{inf}}$ , vitesse du copeau, au point  $P_{2,\text{inf}}$  ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$V_{s,P_{2,\text{sup}}}, V_{N,P_{2,\text{sup}}}, V_{cop,P_{2,\text{sup}}}$  : Vitesse de glissement maximale, au point  $P_{2,\text{sup}}$ , dans la ZCP, vitesse normale à la ZCP, au point  $P_{2,\text{sup}}$ , vitesse du copeau, au point  $P_{2,\text{sup}}$  ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$V_{y,P_{2,\text{sup}}}, V_{y,P_{2,\text{inf}}}$  : Vitesses normales à la face de coupe au point  $P_{2,\text{sup}}$  et  $P_{2,\text{inf}}$  ( $\text{m.s}^{-1}$ ).

$a'_p, l, h_{\text{moy}}$  : Profondeur de passe réelle sur l'arête, longueur de la ZCP, épaisseur moyenne de la ZCP ( $\text{m}$ ).

$t$  : Temps de calcul ( $\text{s}$ ).

$\Delta l_c, \delta, t_2$  : Longueur de contact outil-matière et épaisseur de la ZCS ( $\text{m}$ ).

$U_{x_\varphi}, U_{y_\varphi}, U_{z_\varphi}$  : Composantes du vecteur déplacement dans la ZCP ( $\text{m}$ ).

$U_{x_c}, U_{y_c}, U_{z_c}$  : Composantes du vecteur déplacement dans la ZCS ( $\text{m}$ ).



$U_{zp}, U_{zs}$  : Vecteur déplacement dans les deux zones de cisaillement (m).

$V_{zp}, V_{zs}$  : Vecteur vitesse dans les deux zones de cisaillement (m.s<sup>-1</sup>).

$V_{x_c}, V_{y_c}, V_{z_c}$  : Champs de vitesse dans la ZCS (m.s<sup>-1</sup>).

$\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q,Zp}, \varepsilon_{\dot{\varepsilon}q,Zs}$  : Déformation dans les zones de cisaillement primaire et secondaire.

$\dot{\varepsilon}_{\dot{\varepsilon}q,Zp}, \dot{\varepsilon}_{\dot{\varepsilon}q,Zs}$  : Vitesse de déformation généralisée dans les zones de cisaillement primaire et secondaire (s<sup>-1</sup>) .

## 4.1. Introduction

Cette partie de l'étude a pour but la détermination des interactions volumiques entre les éléments le long de l'arête de coupe en configuration de coupe 3D, pour une fraise à plaquettes rapportées (Figure 4-1).

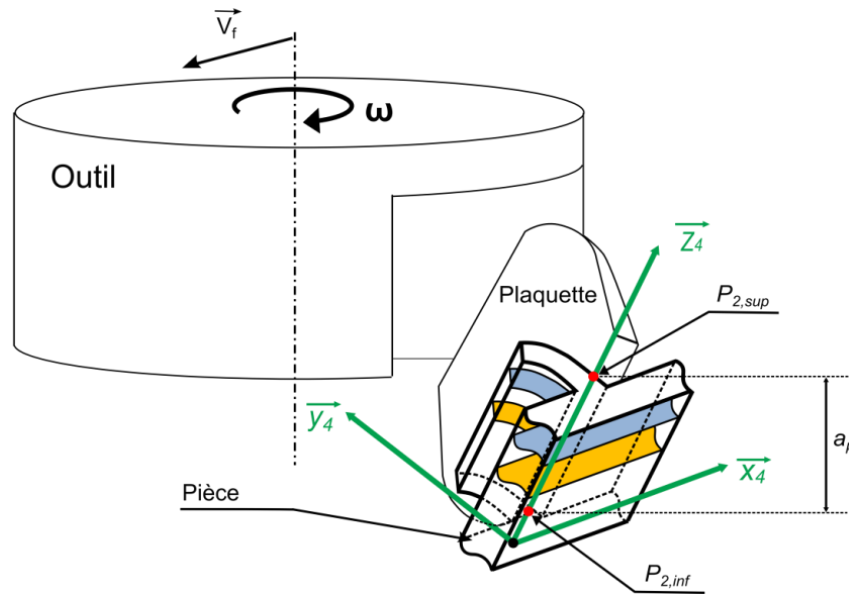


Figure 4-1. Géométrie d'une fraise à plaquette et discrétisation des éléments de volume le long de l'arête.

Il s'agit de déterminer les déformations et les vitesses de déformation dans la zone de coupe en considérant des conditions aux limites au niveau de l'interface outil-matière. Les champs des déformations et de vitesses de déformation sont déterminés à partir d'une description tridimensionnelle des champs cinématique le long de l'arête de coupe. L'arête de coupe est décomposée en plusieurs tranches et cette modélisation de coupe est appliquée à chacune d'elle. Le gradient des vitesses le long de l'arête de coupe, dû à l'orientation de la plaquette dans l'espace [Yousfi et al, 2014], génère une variation des paramètres d'entrée (vitesse de coupe nominale et avance nominale) de chaque modèle de coupe local appliqué à chaque élément. Cette approche permet de déterminer un gradient d'effort et donc finalement, comme nous allons le voir dans ce chapitre, a une participation significative dans les moments de coupe. La majorité des approches de la littérature ne tiennent pas compte des interactions entre les différents éléments de volume sur l'arête de coupe (Figure 4-2) qui permettent de garder une continuité de modélisation le long de l'arête. Les travaux analytiques et numériques qui traitent la modélisation 3D de l'usinage [Larue et al, 2005], [Kaymakci et al, 2012] et [Maurel-Pantel et al, 2012] ne tiennent pas compte des surplus de déformation et de vitesse de déformation, générés par la cinématique et par la géométrie de la plaquette, dans

les zones de coupe. Dans ce chapitre une approche innovante conduit à la détermination d'un tenseur de déformation en appliquant l'opérateur de dérivation spatiale du champ des déplacements. Ce tenseur représente un champ 3D des déformations et des vitesses de déformation. Le tenseur des vitesses de déformation est obtenu par une dérivation spatiale des champs des vitesses.

## 4.2. Description de la cinématique 3D en fraisage

La variation instantanée des variables de coupe influent sur le comportement cinématique du copeau et par voie de conséquence, sur le comportement thermomécanique du matériau.

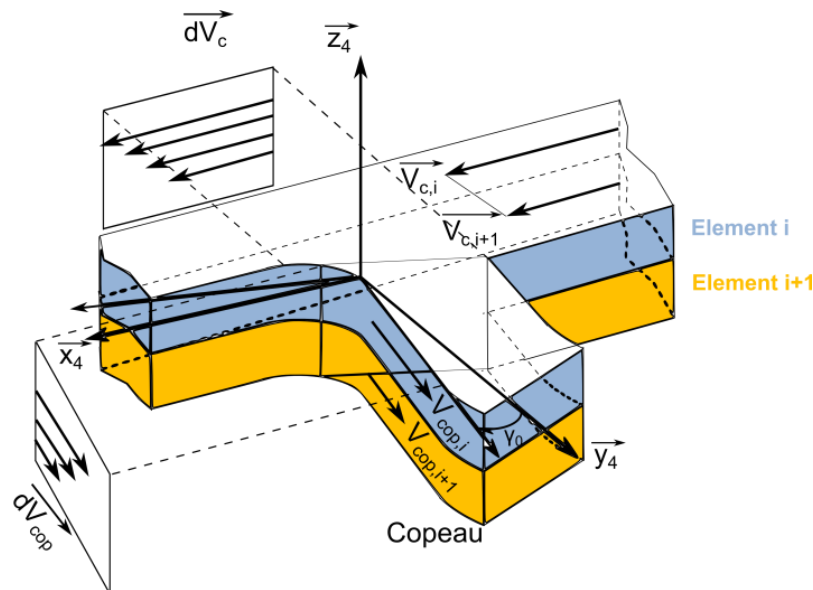


Figure 4-2. Interaction entre l'élément  $i$  et  $i+1$  générée par les gradients de vitesses.

Des interactions 3D peuvent exister dans chaque zone de coupe lors de l'opération de fraisage, et chaque orientation de la plaquette fait varier instantanément la cinématique de coupe. En effet la rotation d'angle  $\kappa_r$  engendre un gradient de la vitesse normale à la plaquette et donc de la vitesse de coupe (Figure 4-2), qui dépend de la position de chaque point par rapport au centre de l'outil (variation du rayon et donc de la vitesse linéaire au point considéré). L'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère l'apparition d'une nouvelle composante de vitesse parallèle à la partie linéaire de l'arête de coupe. Cette vitesse est à l'origine d'un glissement supplémentaire du copeau [Yousfi et al, 2014] selon l'axe  $\vec{z}_4$ . La différence de vitesse le long de l'arête de coupe génère des gradients de déformation et de vitesses de déformation que ce travail propose de déterminer.

### 4.3. Modélisation volumique des champs de déformations et de vitesses de déformation

Après avoir défini un repère local à chaque zone de coupe, pour chaque axe du repère le champ des vitesses est déterminé en fonction des paramètres cinématiques et géométriques de la coupe. Les déplacements maximaux dans les trois directions de la zone de coupe sont calculés pour un temps  $t$  déterminé par l'équation (4.2), qui correspond à la durée nécessaire pour le passage d'un élément de volume dans toute l'épaisseur de la zone de cisaillement primaire. Le paragraphe suivant présente une description fine des différents champs de vitesses dans les principales zones de coupe.

#### 4.3.1. Étude de la zone de cisaillement primaire

Pour chaque direction du repère local  $\mathcal{R}_\varphi(\vec{x}_\varphi, \vec{y}_\varphi, \vec{z}_\varphi)$  lié à cette zone, la détermination des champs de vitesse est basée sur des conditions aux limites présentées par la suite.

##### 4.3.1.1 Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{x}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$

Le long de l'arête de coupe, deux points extrêmes sont définis  $P_{2,\text{inf}}$  et  $P_{2,\text{sup}}$  (Figure 4-1 et Figure 4-3). L'orientation dans l'espace de l'arête de coupe génère un gradient  $dV_N$  de la vitesse  $V_N$  (Figure 4-3).

Deux gradients de vitesses sont définis, dans le plan  $(\vec{x}_\varphi, \vec{z}_\varphi)$  générant un déplacement maximal  $U_{\max}(y_\varphi = l)$ , et dans le plan  $(\vec{x}_\varphi, \vec{y}_\varphi)$  générant un déplacement maximal  $U_{\max}(z_\varphi = a'_p)$ . Le contact outil-matière au niveau de la surface de contact entre l'outil et toute l'épaisseur de la zone de cisaillement primaire, correspondant à  $(y_\varphi = 0)$ , est collant ( $V_N = 0$ ).

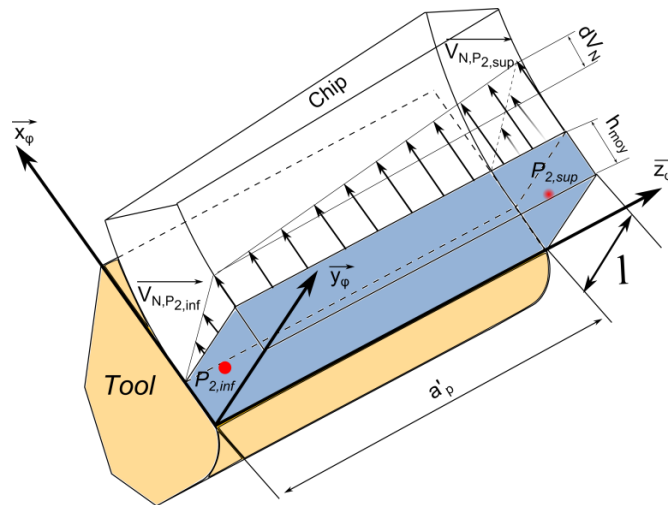


Figure 4-3. Distribution de la vitesse générant le champ de déplacement portés par  $\vec{x}_\varphi$ .

Le gradient de vitesse de coupe  $dV_{corth}$  entre les deux points extrêmes de l'arête (Figure 4-4) génère un gradient de vitesse normale à la zone de cisaillement primaire  $V_N$ .

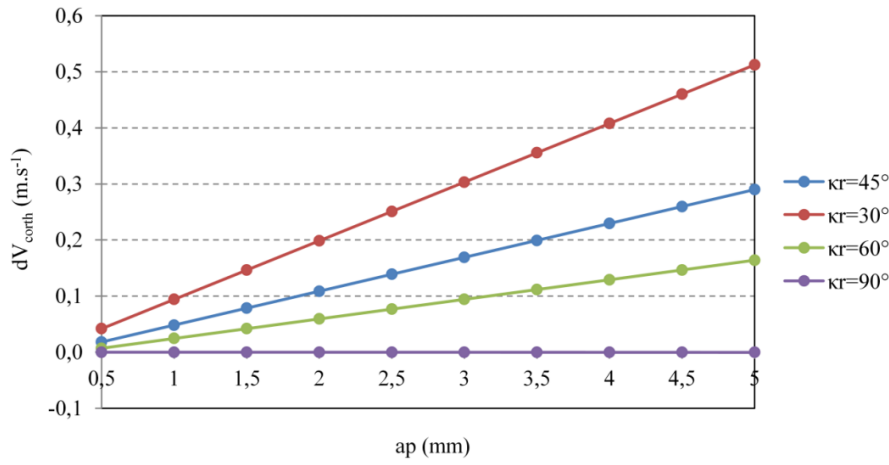


Figure 4-4. Variation de la différence de vitesse de coupe entre les deux points extrêmes ( $dV_{corth}$ ) de la partie linéaire de l'arête de coupe en fonction de la profondeur de passe et l'angle de direction d'arête. ( $V_c = 90 m.min^{-1}$ ,  $\lambda_s = \gamma_0 = 6^\circ$ ).

Pour une variation linéaire des gradients de vitesses, l'expression du champ de vitesse porté par  $\vec{x}_\varphi$  est de la forme :

$$V_N(y_\varphi, z_\varphi) = \frac{dV_N}{a_p \cdot l} \cdot y_\varphi \cdot z_\varphi + \frac{V_{N, P_{2inf}}}{l} \cdot y_\varphi. \quad (4.1)$$

Les déplacements et les déformations sont calculés pendant un temps maximal  $t$  défini par :

$$t = \frac{h_{moy}}{V_{N, P_{2inf}}}. \quad (4.2)$$

avec  $h_{moy}$  l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire.

L'expression du déplacement total suivant  $\vec{x}_\varphi$  dans la zone de cisaillement primaire est de la forme :

$$U_{x_\varphi}(y_\varphi, z_\varphi, t) = V_N(y_\varphi, z_\varphi) \cdot t = \frac{dV_N}{a_p \cdot l} \cdot y_\varphi \cdot z_\varphi \cdot t + \frac{V_{N, P_{2inf}}}{l} \cdot y_\varphi \cdot t. \quad (4.3)$$

#### 4.3.1.2 Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{y}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$

A la sortie de la zone de cisaillement primaire ( $x_\varphi = h_{moy}$ ), la vitesse de glissement varie linéairement du point  $P_{2,inf}$  au point  $P_{2,sup}$ . Cette vitesse (Figure 4-5) est considérée nulle du côté de la pièce ( $x_\varphi = 0$ ).

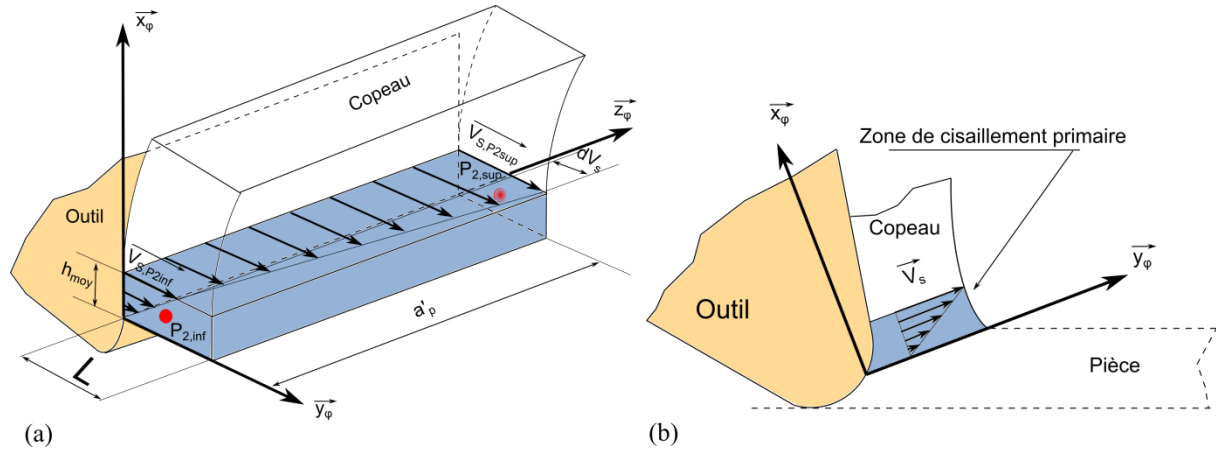


Figure 4-5. Distribution de la vitesse portée par  $\vec{y}_\varphi$  (a) représentation 3D (b) représentation dans le plan  $(\vec{x}_\varphi, \vec{y}_\varphi)$

Le champ de vitesse porté par  $\vec{y}_\varphi$  est défini par :

$$V_s(x_\varphi, z_\varphi) = \frac{dV_s}{a_p \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot z_\varphi + \frac{V_{s, P_{2inf}}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi \quad (4.4)$$

Le champ de déplacement porté par  $\vec{y}_\varphi$  est donné par l'équation (4.5).

$$U_{y_\varphi}(x_\varphi, z_\varphi, t) = V_s(x_\varphi, z_\varphi) \cdot t = \frac{dV_s}{a_p \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot z_\varphi \cdot t + \frac{V_{s, P_{2inf}}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot t \quad (4.5)$$

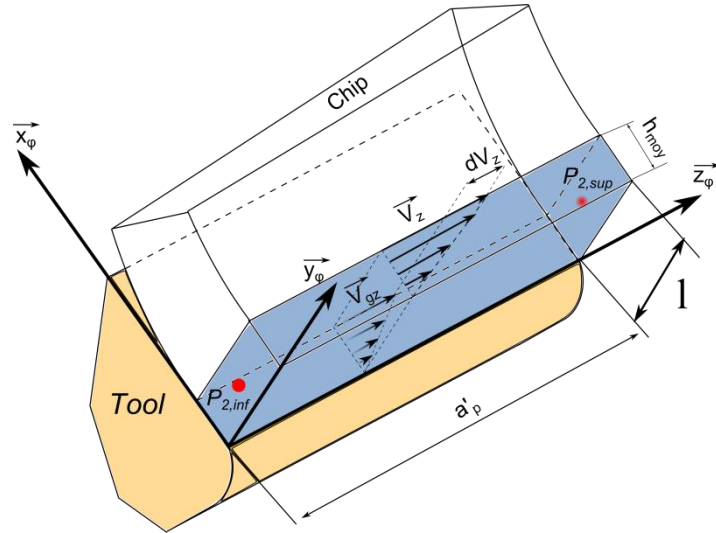
#### 4.3.1.3 Champs de vitesses et déplacements portés par $\vec{z}_\varphi$ dans le repère $\mathcal{R}_\varphi$

L'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère une composante de vitesse portée par l'arête de coupe le long de l'axe  $\vec{z}_\varphi$  (Figure 4-6). Cette vitesse s'exprime en fonction des angles principaux d'orientation de la plaquette, du rayon de l'outil, de la vitesse angulaire et de la vitesse d'avance [Yousfi et al, 2014] :

$$V_z = \sin(\lambda_s) \cdot (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) - V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \cos(\lambda_s) \quad (4.6)$$

Cette vitesse est nulle à l'interface pièce-zone de cisaillement primaire ( $x_\varphi = 0$ ) et sa valeur est maximale à la sortie de cette zone. En partant de la surface de contact outil /matière ( $y_\varphi = 0$ ) vers la surface libre de la zone de cisaillement primaire, cette nouvelle composante de vitesse varie linéairement. La valeur minimale à l'interface ( $x_\varphi = h_{moy}, y_\varphi = 0$ ) dépend de la vitesse de glissement du copeau le long de l'arête et s'écrit de la forme :

$$V_{gz} = \left( \frac{V_z}{V_{cop}} \right) V_z \quad (4.7)$$

Figure 4-6. Distribution de la vitesse portée par  $\vec{z}_\varphi$ .

L'expression du champ de vitesse est de la forme :

$$V_{z_\varphi}(x_\varphi, y_\varphi) = \frac{(V_z - V_{gz})}{l \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot y_\varphi + \frac{V_{gz}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot \quad (4.8)$$

Le déplacement total suivant  $\vec{z}_\varphi$  dans la zone de cisaillement primaire s'exprime par :

$$U_{z_\varphi}(x_\varphi, y_\varphi, t) = V_{z_\varphi}(x_\varphi, y_\varphi) \cdot t = \frac{(V_z - V_{gz})}{l \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot y_\varphi \cdot t + \frac{V_{gz}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot t \quad (4.9)$$

#### 4.3.1.4 Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement primaire

La dérivation spatiale du champ de déplacement (4.10) dans la zone de cisaillement primaire permet de calculer le tenseur de déformation.

$$\vec{U}_{zp} = \begin{bmatrix} U_{x_\varphi}(y_\varphi, z_\varphi, t) \\ U_{y_\varphi}(x_\varphi, z_\varphi, t) \\ U_{z_\varphi}(x_\varphi, y_\varphi, t) \end{bmatrix}_{(R_\varphi)} \quad (4.10)$$

La grandeur généralisée de la déformation est de la forme :

$$\varepsilon_{eq,zp} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \left( \left( \frac{dV_N}{a_p \cdot l} \cdot z_\varphi \cdot t + \frac{V_{N,P_{2inf}}}{l} \cdot t + \frac{dV_S}{a_p \cdot h_{moy}} \cdot z_\varphi \cdot t + \frac{V_{S,P_{2inf}}}{h_{moy}} \cdot t \right)^2 + \left( \frac{dV_N}{a_p \cdot l} \cdot y_\varphi \cdot t + \frac{dV_z}{l \cdot h_{moy}} \cdot y_\varphi \cdot t + \frac{V_{gz}}{h_{moy}} \cdot t \right)^2 + \left( \frac{dV_S}{a_p \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot t + \frac{dV_z}{l \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot t \right)^2 \right)} \quad (4.11)$$

En tenant compte de la variation de l'angle de cisaillement en fonction de l'angle de coupe et pour les paramètres cinématiques et géométriques donnés dans le Tableau 4-1 à titre

d'exemple, la variation de la déformation équivalente le long de l'arête de coupe  $\vec{z}_\varphi$ , pour un angle de coupe  $\gamma_0$  de  $-20^\circ$ , est présentée sur la Figure 4-7a.

Tableau 4-1. Paramètres cinématiques et géométriques de la coupe.

$V_c$		$f_z (mm.dent^{-1})$	$a_p (mm)$	$R_0 (mm)$	$z (dent)$	$V_f$		$\omega (rad.s^{-1})$
$m.min^{-1}$	$m.s^{-1}$	0,2	2	25	1	$mm.min^{-1}$	$m.s^{-1}$	200
300	5					381	$6,4 \cdot 10^{-3}$	

Pour la suite  $\theta = 90^\circ$  et  $h_{moy} = 0,1 mm$  sauf indication.

Les courbes montrent un gradient de déformation le long de l'arête de coupe, sa valeur dans ce cas étant supérieure de 6,8% au point  $P_{2,sup}(z_\varphi = a'_p)$  par rapport à sa valeur au point  $P_{2,inf}(z_\varphi = 0)$ . Cette différence correspond au "surcroît de déformation" généré par l'orientation de la plaquette dans l'espace. La dépendance de la déformation équivalente à l'angle de coupe sera étudiée dans le paragraphe dédié à l'étude de sensibilité.

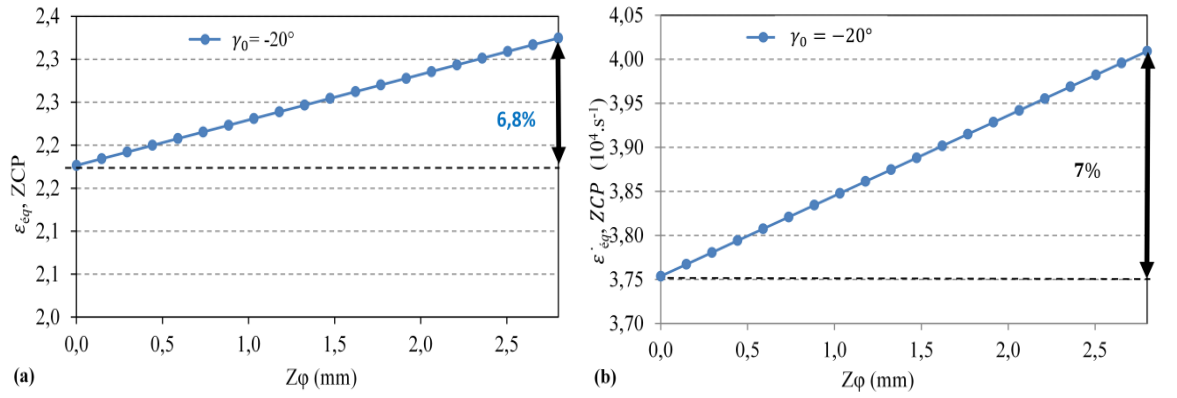


Figure 4-7. Variation de la déformation (a) et de la vitesse de déformation (b) dans la zone de cisaillement primaire.

Le tenseur de vitesse de déformation est obtenu par la dérivation du champ de vitesse (4.12) :

$$\vec{V}_{zp} = \begin{bmatrix} V_N(y_\varphi, z_\varphi) \\ V_S(x_\varphi, z_\varphi) \\ V_z(x_\varphi, y_\varphi) \end{bmatrix}_{(R_\varphi)} \quad (4.12)$$

La vitesse de déformation généralisée est de la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{\varepsilon q, zp} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \left[ \left( \frac{dV_N}{a'_p \cdot l} \cdot z_\varphi + \frac{V_{N, P_{2,inf}}}{l} + \frac{dV_S}{a'_p \cdot h_{moy}} \cdot z_\varphi + \frac{V_{S, P_{2,inf}}}{h_{moy}} \right)^2 + \left( \frac{dV_N}{a'_p \cdot l} \cdot y_\varphi + \frac{dV_z}{l \cdot h_{moy}} \cdot y_\varphi + \frac{V_{gz}}{h_{moy}} \right)^2 + \left( \frac{dV_S}{a'_p \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi + \frac{dV_z}{l \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \right)^2 \right]} \quad (4.13)$$



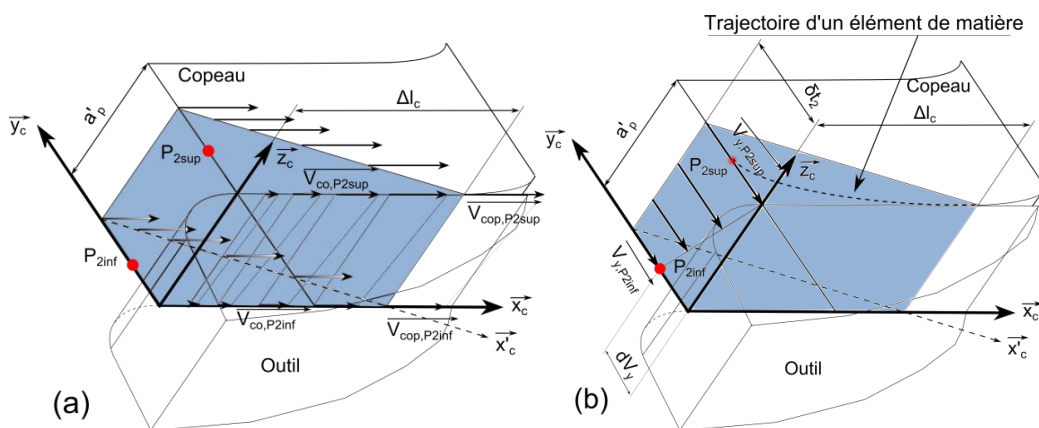
Pour les paramètres donnés dans le Tableau 4-1, la variation de la vitesse de déformation équivalente le long de l'arête de coupe  $\vec{z}_\phi$  est présentée sur la Figure 4-7b. Le gradient de vitesses de déformation calculé le long de l'arête de coupe est important; sa valeur au point  $P_{2,\text{sup}}$  est supérieure de 7% par rapport à la valeur au point  $P_{2,\text{inf}}$ .

### 4.3.2. Étude de la zone de cisaillement secondaire

#### 4.3.2.1 Description de la modélisation des champs de vitesse

La zone de cisaillement secondaire est supposée triangulaire (Figure 4-8). La vitesse portée par  $\vec{x}_c$  varie linéairement le long de l'axe normal à la face de coupe et sa valeur passe de la vitesse de glissement à l'interface vers une valeur égale à la vitesse du copeau au niveau de la surface entre la zone de cisaillement et le reste du copeau (plan  $z_c x'_c$ ). Le long de l'axe  $\vec{x}_c$  (contact copeau face de coupe), la vitesse passe d'une valeur nulle à la pointe de l'outil vers une valeur égale à la vitesse du copeau à la sortie de la zone de contact. En partant du point  $P_{2,\text{inf}}$  vers le point  $P_{2,\text{sup}}$  cette composante de vitesse augmente linéairement (Figure 4-8a).

La trajectoire d'un élément de volume entrant dans la zone de cisaillement secondaire est considérée curviligne (Figure 4-8b). Une nouvelle composante de vitesse  $V_y$  normale à la face de coupe varie d'une valeur maximale à l'entrée de cette zone vers une valeur nulle à la sortie. La Figure 4-8b présente la variation de cette vitesse entre les deux points extrêmes le long de l'arête. La composante de vitesse portée par l'arête de coupe varie linéairement le long de l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire. Elle passe d'une valeur égale à la vitesse de glissement sur toute la face de coupe à une valeur maximale à l'entrée de la zone de cisaillement secondaire (Figure 4-8c).



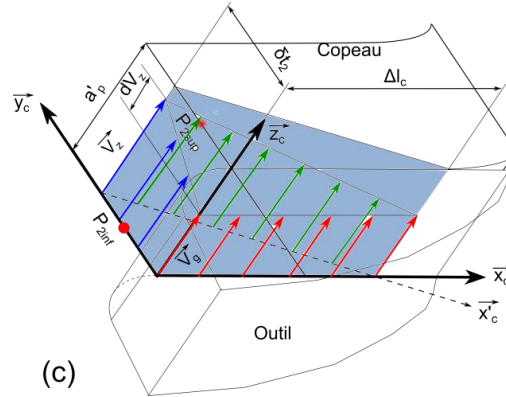


Figure 4-8. Champs de vitesses dans la zone de cisaillement secondaire : (a) porté par  $\vec{x}_c$  ;  
(b) porté par  $\vec{y}_c$  ; (c) porté par  $\vec{z}_c$  .

L'approche de calcul mise en œuvre dans la zone de cisaillement primaire est appliquée dans la zone de cisaillement secondaire. Les vecteurs vitesses et déplacements sont déterminés dans chaque direction et sont présentés dans le Tableau 4-2.

Tableau 4-2. Vecteurs vitesses et déplacements dans la zone de cisaillement secondaire.

<b>Direction <math>x_c</math></b>	
<b>Vitesse</b>	$V_{x_c}(x_c, y_c, z_c) = \frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \delta \cdot t_2} \cdot y_c \cdot z_c + \frac{dV_{cop}}{\Delta l_c \cdot a_p} \cdot x_c \cdot z_c + \frac{V_{cop, P_{2inf}}}{\Delta l_c} x_c + \frac{V_{cop, P_{2sup}}}{\delta \cdot t_2} y_c \quad (4.14)$
<b>Déplacement</b>	$U_{x_c}(x_c, z_c, t) = \left( -\frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \Delta l_c} \cdot x_c \cdot z_c - \frac{V_{cop, P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c + \frac{dV_{cop}}{a_p} z_c + V_{cop, P_{2inf}} \right) \cdot t \quad (4.15)$
<b>Direction <math>y_c</math></b>	
<b>Vitesse</b>	$V_{y_c}(x_c, z_c) = -\frac{dV_y}{a_p \cdot \Delta l_c} \cdot x_c \cdot z_c - \frac{V_{y, P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c + \frac{dV_y}{a_p} z_c + V_{y, P_{2inf}} \quad (4.16)$
<b>Déplacement</b>	$U_{y_c}(x_c, z_c, t) = \frac{dV_y}{a_p} \left( 1 - \frac{x_c}{\Delta l_c} \right) \cdot z_c \cdot t \quad (4.17)$
<b>Direction <math>z_c</math></b>	
<b>Vitesse</b>	$V_{z_c}(y_c, x_c) = -\frac{dV_z}{\delta \cdot t_2 \cdot \Delta l_c} y_c \cdot x_c + \frac{dV_z}{\delta \cdot t_2} y_c + V_{gz} \quad (4.18)$
<b>Déplacement</b>	$U_{z_c}(x_c, y_c, t) = \frac{dV_z}{\delta \cdot t_2} \cdot t \cdot y_c - \frac{dV_z}{\Delta l_c \cdot \delta \cdot t_2} \cdot t \cdot x_c \cdot y_c \quad (4.19)$

Le temps pris en compte pour le calcul des déplacements et des déformations est considéré égal au temps pour qu'un élément de volume parcourt toute la zone de cisaillement

secondaire. Ce temps est calculé pour la vitesse de copeau la plus petite (temps le plus grand) et défini par :

$$t = \frac{\Delta.l_c}{V_{cop,P_{2inf}}}. \quad (4.20)$$

#### 4.3.2.2 Calcul des déformations et des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement secondaire

La dérivation spatiale du champ de déplacement dans la zone de cisaillement secondaire donne le tenseur de déformation. La grandeur généralisée de la déformation est de la forme :

$$\varepsilon_{eq,zs} = \sqrt{\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left( \frac{dV_y}{a_p \cdot \Delta.l_c} z_c \cdot t \right)^2 + \frac{12}{27} \left( -\frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \Delta.l_c} z_c \cdot t - \frac{V_{cop,P_{2inf}}}{\Delta.l_c} \cdot t \right)^2 \\ & + \frac{1}{3} \left( -\frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \Delta.l_c} x_c \cdot t + \frac{dV_{cop}}{a_p} \cdot t - \frac{dV_z}{\delta.t_2 \cdot \Delta.l_c} \cdot t \cdot y_c \right)^2 \\ & + \frac{1}{3} \left( \frac{dV_y}{a_p} \left( 1 - \frac{x_c}{\Delta.l_c} \right) \cdot t + \frac{dV_z}{\delta.t_2} \cdot t - \frac{dV_z}{\delta.t_2 \cdot \Delta.l_c} \cdot t \cdot x_c \right)^2 \end{aligned}} \quad (4.21)$$

Pour les paramètres cinématiques et géométriques donnés dans le Tableau 4-1, la variation de la déformation équivalente le long de l'arête de coupe est présentée sur la Figure 4-9a. La variation de la déformation généralisée présente un gradient le long de l'arête de coupe. Sa valeur est supérieure de 5,8% au point  $P_{2,sup}$  par rapport à la valeur au point  $P_{2,inf}$  pour un angle de coupe de  $-20^\circ$ . Le tenseur de vitesse de déformation est obtenu par la dérivation du champ de vitesse et la vitesse de déformation généralisée est de la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{eq,zs} = \sqrt{\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left( \frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \delta.t_2} z_c + \frac{V_{cop,P_{2inf}}}{\delta.t_2} - \frac{dV_y}{a_p \cdot \Delta.l_c} z_c - \frac{V_{y,P_{2inf}}}{\Delta.l_c} \right)^2 + \frac{12}{27} \left( \frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \Delta.l_c} z_c + \frac{V_{cop,P_{2inf}}}{\Delta.l_c} \right)^2 \\ & + \frac{1}{3} \left( \frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \delta.t_2} y_c + \frac{dV_{cop}}{\Delta.l_c \cdot a_p} \cdot x_c - \frac{dV_z}{\delta.t_2 \cdot \Delta.l_c} \cdot y_c \right)^2 \\ & + \frac{1}{3} \left( -\frac{dV_y}{a_p \cdot \Delta.l_c} \cdot x_c + \frac{dV_y}{a_p} - \frac{dV_z}{\delta.t_2 \cdot \Delta.l_c} \cdot x_c + \frac{dV_z}{\delta.t_2} \right)^2 \end{aligned}} \quad (4.22)$$

La variation de la vitesse de déformation équivalente dans la zone de cisaillement secondaire le long de l'arête de coupe  $\vec{z}_c$  est présentée sur la Figure 4-9b.

La vitesse de déformation est inférieure à celle dans la zone de cisaillement primaire et sa variation, en passant du point  $P_{2,inf}$  au point  $P_{2,sup}$ , est identique à celle de la ZCP. Cette différence, pour les paramètres utilisés, est de 7% en moyenne en vitesse de déformation.

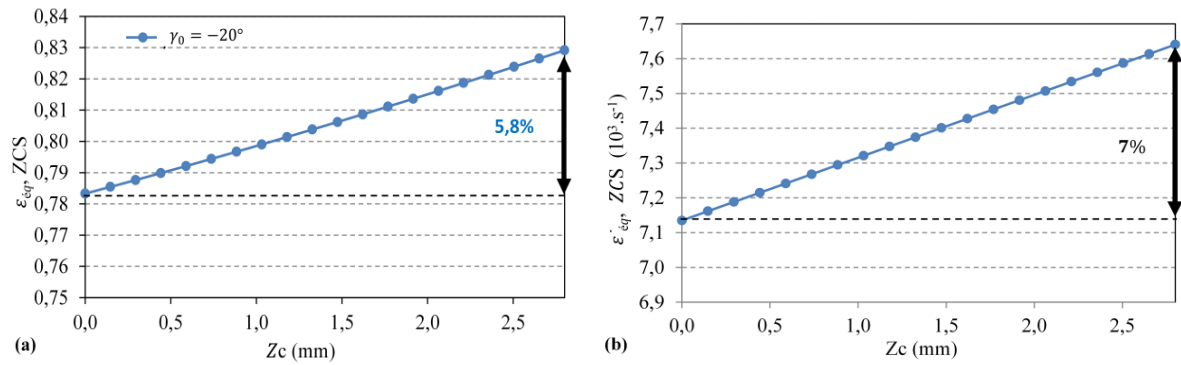


Figure 4-9. Variation de la déformation (a) et de la vitesse de déformation (b) dans la zone de cisaillement secondaire.

Ces gradients génèrent une variation des contraintes le long de l'arête dans les deux zones de cisaillement. Dans le paragraphe suivant la sensibilité aux différents paramètres de coupe est analysée. Pour la suite les graphiques sont obtenues, sauf indication, pour les paramètres donnés dans le Tableau 4-1.

## 4.4. Étude de sensibilité

### 4.4.1. Sensibilité à l'angle de coupe $\gamma_0$

Pour une large gamme d'angles de coupe  $\gamma_0$ , la variation du gradient de déformation équivalente (différence entre les valeurs de déformation dans les deux point extrême de l'arête) et de la vitesse de déformation généralisée dans les deux zones de cisaillement (primaire ZCP et secondaire ZCS) sont présentées dans les Figure 4-10a et Figure 4-10b.

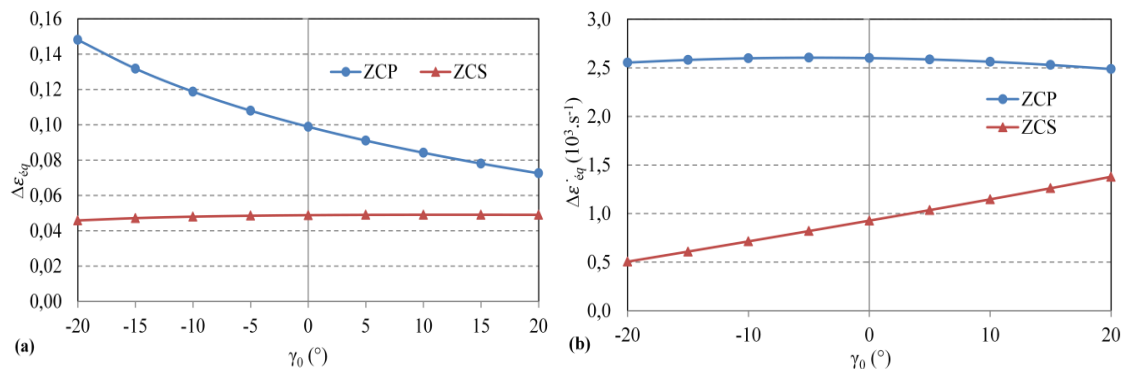


Figure 4-10. Évolution du gradient de : (a) déformation et (b) vitesse de déformation dans les deux zones de cisaillement en fonction de l'angle de coupe.

Pour un angle de coupe variant entre  $-20^\circ$  et  $20^\circ$ , le gradient de déformation équivalente décroît en fonction de  $\gamma_0$  dans la zone de cisaillement primaire alors que sa valeur est presque constante dans la ZCS. La vitesse de déformation est plus sensible à l'angle de coupe dans la zone de cisaillement secondaire et sa variation est croissante.

#### 4.4.2. Sensibilité à l'angle d'inclinaison d'arête $\lambda_s$

La variation du gradient de déformation et de la vitesse de déformation en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  est présentée dans les Figure 4-11a et Figure 4-11b. A partir des courbes ci-dessous trois constatations peuvent être faites :

- Les surplus (gradients) de déformation et de vitesse de déformation sont plus grands dans la zone de cisaillement primaire que dans la zone de cisaillement secondaire.
- Le gradient de déformation augmente en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête dans la zone de cisaillement primaire et décroît dans la ZCS.
- Le gradient de vitesse de déformation ne dépend pas de l'angle  $\lambda_s$  dans la zone de cisaillement secondaire et sa valeur augmente légèrement dans la ZCP.

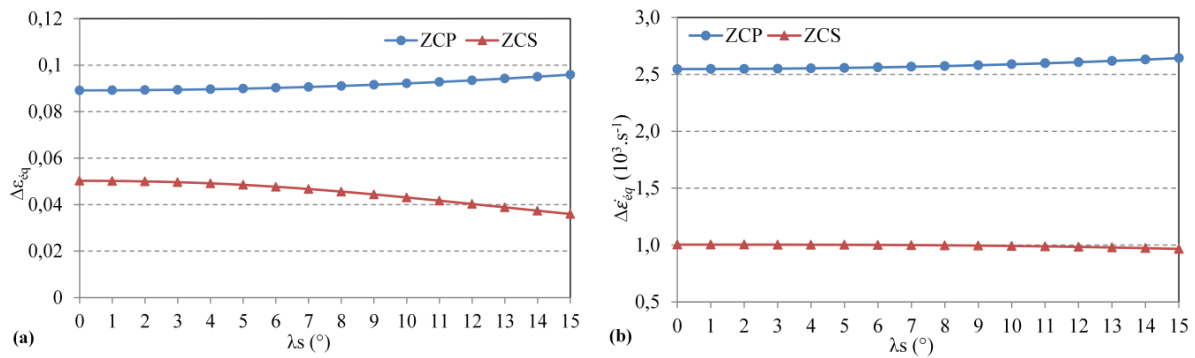


Figure 4-11. Variation du gradient de : (a) déformation et (b) la vitesse de déformation entre les deux points extrêmes en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête.

#### 4.4.3. Sensibilité à l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire

$h_{moy}$

La variation du gradient de déformation et de la vitesse de déformation en fonction de l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire  $h_{moy}$  est présentée dans la Figure 4-12a et la Figure 4-12b.

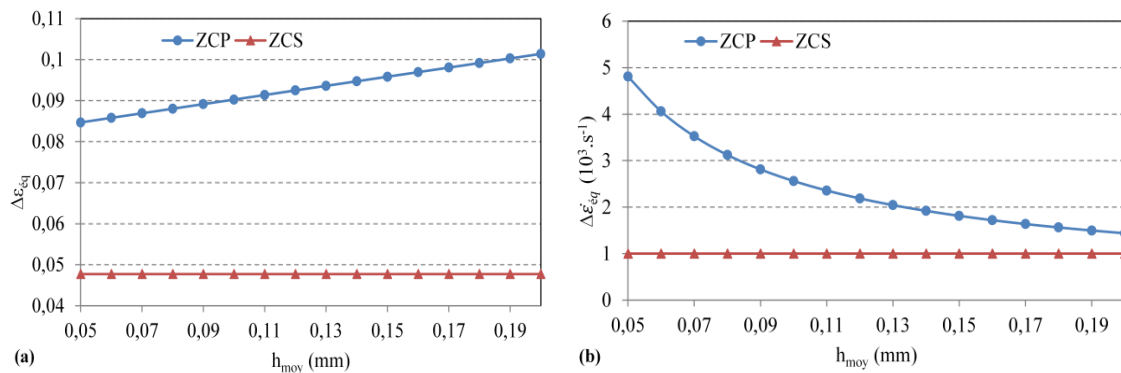


Figure 4-12. Variation du gradient de déformation et de la vitesse de déformation entre les deux points extrêmes en fonction de l'épaisseur moyenne de la zone de cisaillement primaire.

La variation de la déformation et de la vitesse de déformation dans la zone de cisaillement secondaire est indépendante de la valeur  $h_{moy}$ . Dans la zone de cisaillement primaire, le gradient de déformation augmente en fonction de  $h_{moy}$ , cette évolution étant liée à une augmentation du déplacement dans cette zone. Le gradient de vitesse de déformation dans la zone de cisaillement primaire est inversement proportionnel à l'épaisseur de cette zone.

#### 4.4.4. Sensibilité à la profondeur de passe $a_p$

Pour un angle de direction d'arête  $\kappa_r$  de  $45^\circ$ , la variation des gradients de déformation et de vitesse de déformation est présentée dans la Figure 4-13a et la Figure 4-13b. Ils sont fortement dépendants de l'angle de direction d'arête (avec  $\kappa_r \neq 90^\circ$ ) et de la profondeur de passe. Dans la zone de cisaillement primaire le surplus de déformation passe de 0,015 pour  $a_p = 0,5$  mm à 0,24 pour  $a_p = 5$  mm et le gradient de vitesse de déformation passe de  $428 \text{ s}^{-1}$  à  $6830 \text{ s}^{-1}$  pour les mêmes conditions.

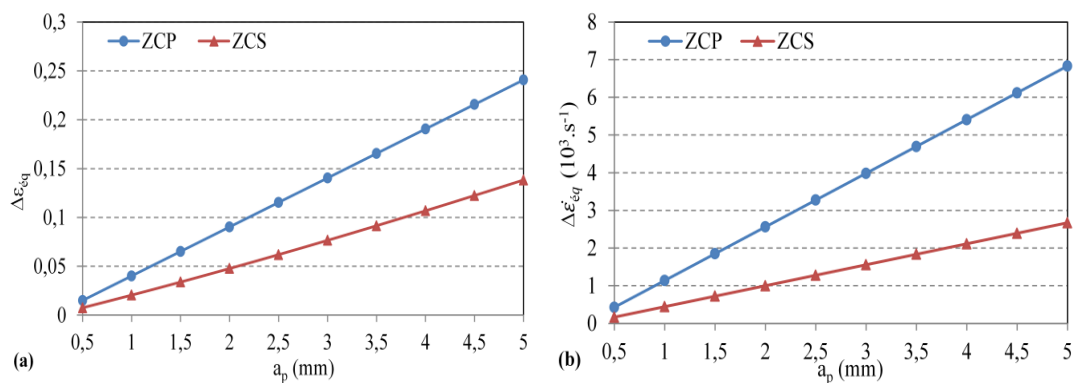


Figure 4-13. Variation du gradient de (a) déformation et (b) la vitesse de déformation entre les deux points extrêmes en fonction de la profondeur de passe.

Ces gradients importants le long de l'arête de coupe influent sur la cinématique d'évacuation et la morphologie du copeau et apportent une nouvelle contribution au calcul des actions de coupe (nouvelles composantes d'efforts et du moment) et permettront de déterminer l'état d'usure sur l'outil.

### 4.5. Calcul des actions et des moments de coupe (cas d'une plaquette à arête droite et d'une plaquette ronde)

#### 4.5.1. Paramétrage et discrétisation de l'arête de coupe

Dans le cas d'une plaquette à arête droite, deux parties sont définies le long de l'arête de coupe : la première est linéaire et de longueur  $a_{p2}$  (Figure 4-14) et la deuxième au niveau du

rayon de bec et de longueur  $a_{p1}$ . La vitesse de coupe est considérée comme étant égale à la moyenne des vitesses aux points extrêmes sur chaque élément de longueur (de l'élément 1 à l'élément n). Les différentes composantes de vitesse sont déterminées par l'étude cinématique 3D présentée dans le chapitre précédent.

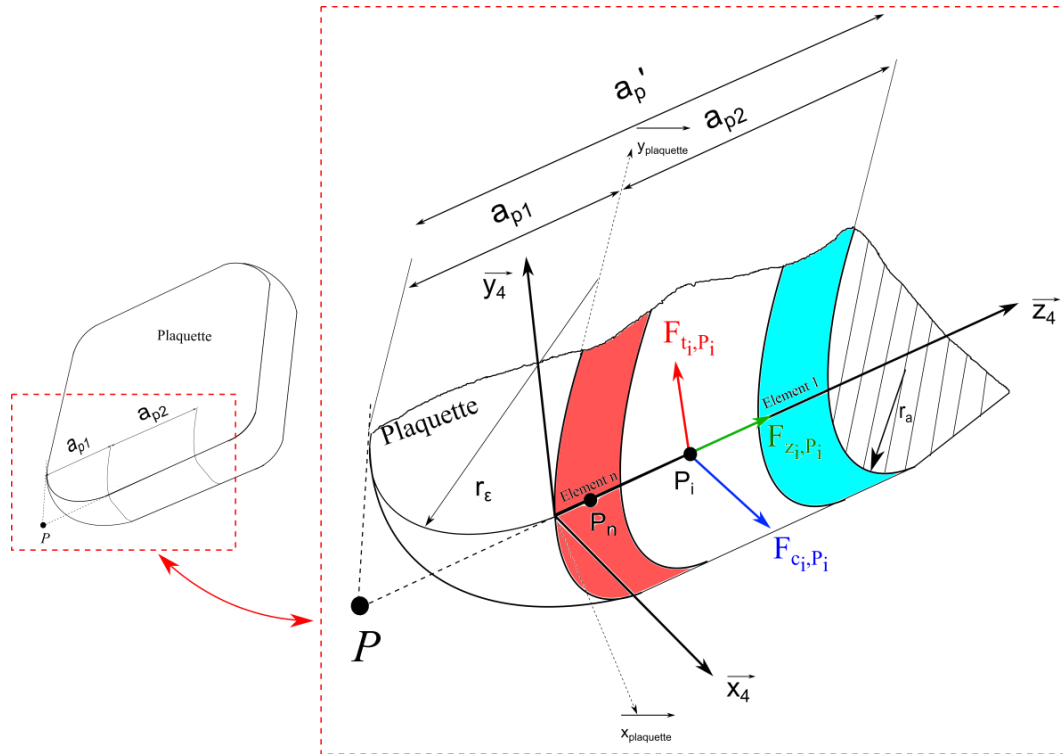


Figure 4-14. Répartition des efforts appliqués le long de l'arête de coupe pour une plaquette à arête droite.

La partie qui correspond au rayon de bec et de longueur  $a_{p1}$  est fonction de l'angle  $\kappa_r$  :

$$a_{p1} = r_e \cdot \sin(\kappa_r) . \quad (4.23)$$

Pour la plaquette ronde et afin de se rapprocher de la distribution linéaire des champs des vitesses dans les différentes zones de coupe (présentée dans la première partie du chapitre), l'arête de coupe a été discrétisée en considérant des longueurs  $d_{y4}$  constantes (Figure 4-15). Cette discrétisation génère des éléments avec des profondeurs de passe  $a_{pi}$  différentes.

Le nombre d'éléments est déterminé avec deux critères :

- L'évolution de la température (calculée par l'approche de Komanduri [Komanduri et al, 2001] présentée dans le chapitre 2) dans la zone de cisaillement secondaire (paramètre très influencé par la vitesse de coupe et donc par la position le long de l'arête).
- L'évolution du temps de calcul.

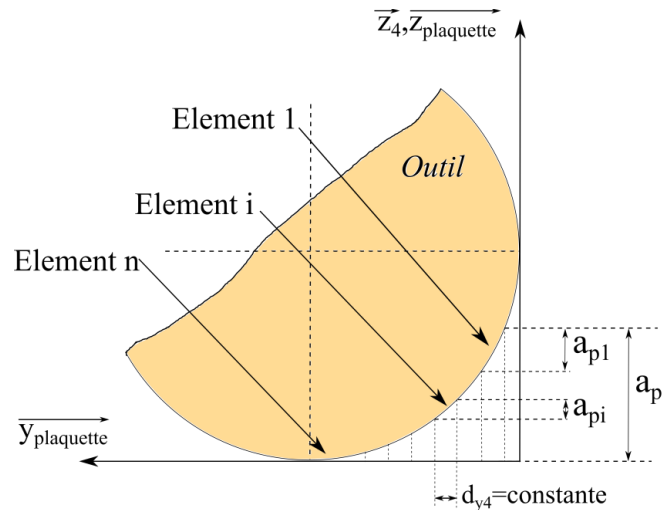


Figure 4-15. Discretisation de l'arête pour une plaquette ronde.

La courbe de la Figure 4-16 représente l'évolution du gradient de température dans la zone de cisaillement secondaire et du temps de calcul en fonction du nombre d'éléments.

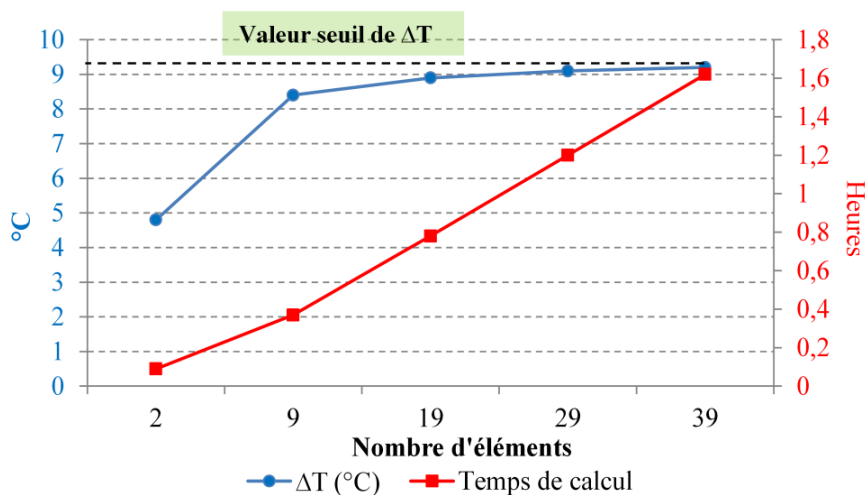


Figure 4-16. Evolution du gradient de température entre les deux points extrêmes de l'arête et le temps de calcul du modèle en fonction du nombre d'éléments.

Pour un intervalle de 2 à 39 éléments, le gradient de température ( $\Delta T$ ) atteint un seuil égal à 9,2°C. En passant de 9 à 39 éléments  $\Delta T$  varie de 3% et le temps de calcul augmente de 330%. Le nombre d'éléments retenu ici est égal à 9 et il sera utilisé pour tous les calculs qui suivent.

#### 4.5.2. Calcul des déformations et des vitesses de déformation élémentaires

Pour les deux formes de plaquette et pour chaque élément de longueur, les évolutions de la déformation et de la vitesse de déformation sont déterminées le long de l'arête (Figure 4-17a). Pour tenir compte de la variation instantanée de l'avance, durant la rotation de l'outil,



deux positions angulaires  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ont été choisies, correspondant à des angles de rotation respectivement de  $90^\circ$  et  $135^\circ$  (Figure 4-17b).

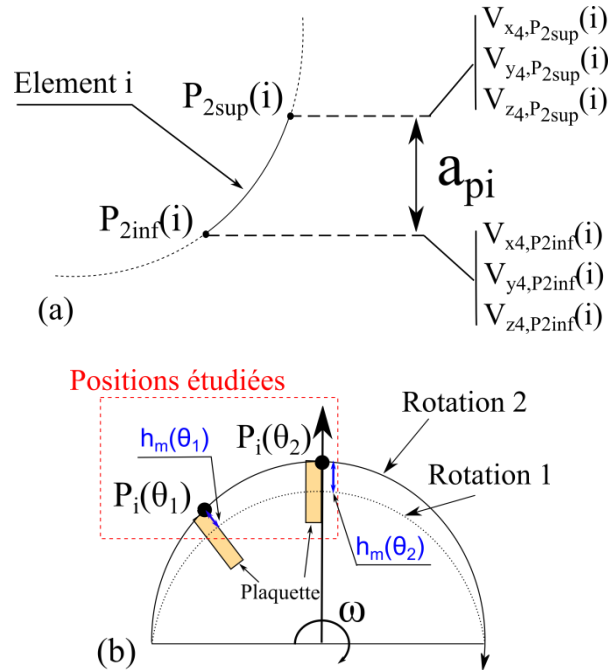


Figure 4-17. (a) Discretisation de l'arête de coupe pour la détermination des champs de déformations et de vitesses de déformation (plaquette ronde) et (b) positions angulaires étudiées.

Les courbes de la Figure 4-18a et 19b représentent l'évolution de la déformation équivalente et de la vitesse de déformation généralisée le long de l'arête de coupe dans le cas d'une plaquette ronde (dans la zone de cisaillement secondaire). Pour les deux positions angulaires  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , la déformation équivalente augmente brutalement en se rapprochant de la surface générée (Figure 4-18a) et cette évolution est due à la géométrie de la plaquette. La vitesse de déformation généralisée diminue, de 11% en moyenne, le long de l'arête en se rapprochant de la surface usinée (Figure 4-18b).

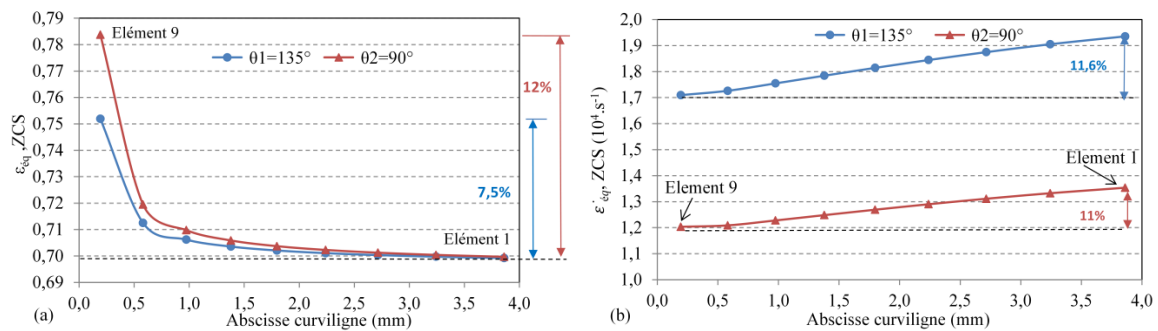


Figure 4-18. Variation de la déformation et de la vitesse de déformation dans la ZCS pour chaque élément de l'arête (plaquette ronde – 9 éléments) pour  $r_e = 4 \text{ mm}$ .

Les courbes de la Figure 4-19a et 4-20b représentent l'évolution de la déformation équivalente et de la vitesse de déformation généralisée le long de l'arête de coupe dans le cas d'une plaquette à arête droite. Pour les deux positions angulaires, la déformation équivalente ne varie pas le long de l'arête (Figure 4-19) due à l'égalité entre les profondeurs de passe pour tous les éléments. Pour  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , la vitesse de déformation généralisée décroît de 6% le long de l'arête (en partant de l'élément 1 à l'élément 9) (Figure 4-19b).

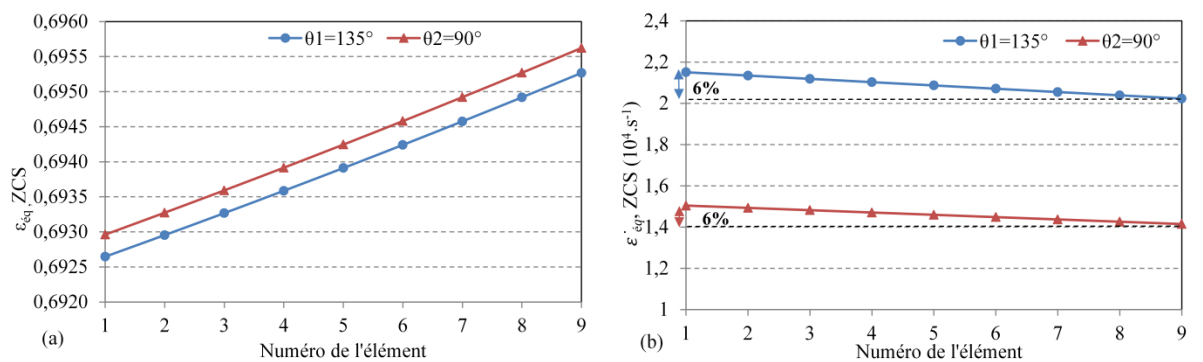


Figure 4-19. Variation de la déformation et de la vitesse de déformation dans la ZCS pour chaque élément de l'arête (plaquette à arête droite – 9 éléments) pour  $r_e = 0.4 \text{ mm}$ .

La déformation et la vitesse de déformation calculées dans la zone de cisaillement secondaire permettent de calculer l'effort normal à la face de coupe dans cette zone. La contrainte équivalente est calculée avec une loi de comportement de type Johnson-Cook [Johnson et al, 1983] eq(4.24).

$$\sigma_{eq} = \left( A + B \cdot \varepsilon_{eq}^n \right) \cdot \left( 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \cdot \left( 1 - \left( \frac{T_{moy} - T_0}{T_{fus} - T_0} \right)^m \right). \quad (4.24)$$

Avec A la limite d'élasticité du matériau, B et n des coefficients liés à l'écrouissage du matériau, C un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et m un coefficient de sensibilité à la température. Les valeurs de ces paramètres, pour le 42CD4, sont données en annexe page 151 [Hamann et al, 1996].

Pour pouvoir calculer la contrainte, la température moyenne dans la zone de cisaillement secondaire est déterminée par le modèle de coupe élémentaire (détaillé dans le chapitre 2) en intégrant la vitesse de coupe correspondant à chaque élément de longueur.

Les courbes illustrées par la Figure 4-20a et 4-21b représentent l'évolution de la température le long de l'arête de coupe pour chaque élément de longueur. La température moyenne dans la zone de cisaillement secondaire augmente en se rapprochant de la surface générée de la pièce. Ce gradient de température est plus important pour la plaquette ronde cela

est dû à la diminution importante de la section de copeau locale. Le gradient de température diminue en partant de la position  $\theta_1$  à la position  $\theta_2$ . Cette variation est due à une propagation plus importante de la chaleur, en  $\theta_2$ , générée par l'augmentation de la section du copeau (passage de  $\theta_1$  à  $\theta_2$ ).

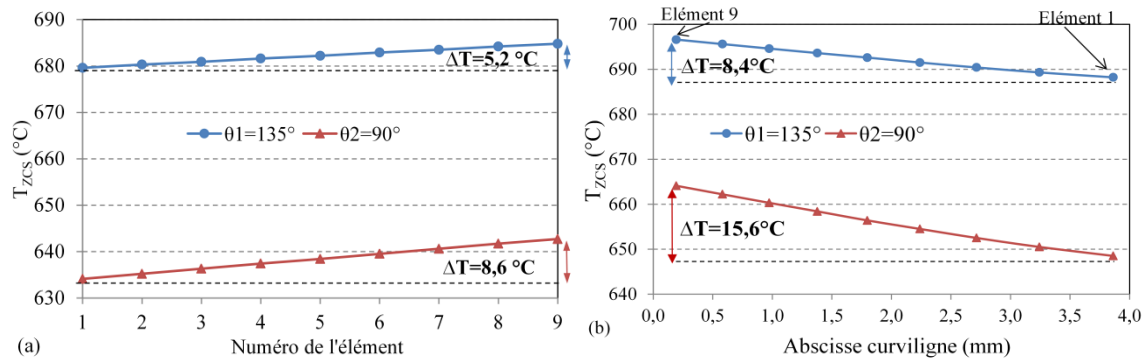


Figure 4-20. Variation de la Température moyenne dans la ZCS pour chaque élément de l'arête pour (a) plaquette à arête droite (b) plaquette ronde.

La variation de l'effort normal sur la face de coupe dans la zone de cisaillement secondaire est représentée sur la Figure 4-21a et 4-22b.

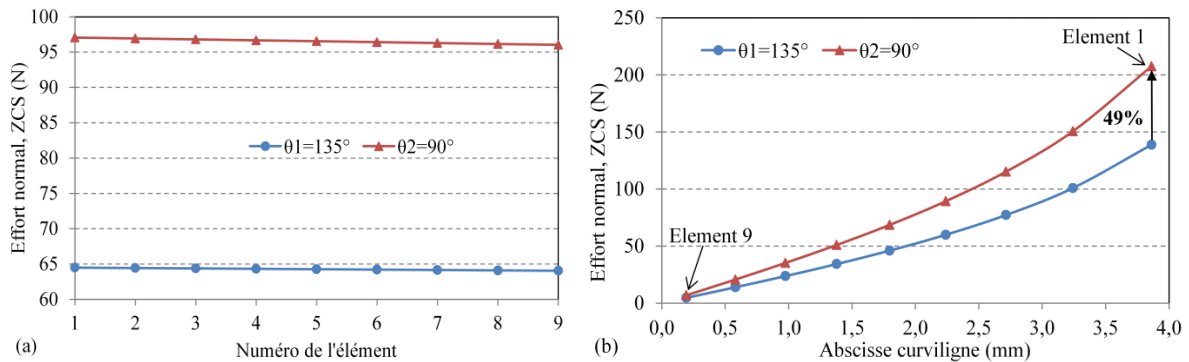


Figure 4-21. Variation de l'effort normal sur la face de coupe (a) plaquette à arête droite pour  $r_\varepsilon = 0.4\text{ mm}$  (b) plaquette ronde pour  $r_\varepsilon = 4\text{ mm}$ .

L'effort normal à la face de coupe dans la zone de cisaillement secondaire décroît faiblement pour une plaquette à arête droite. Cette faible variation est due à la discrétisation constante de la profondeur de passe pour tous les éléments. Pour une plaquette ronde, la diminution de la largeur de coupe  $a_{pi}$  en partant de l'élément 1 à l'élément 9 génère une diminution très importante de cet effort qui tend vers 0. Pour les deux types de plaquette, l'avance instantanée est plus grande à la position  $\theta_2$  et génère un effort supérieur à celui en  $\theta_1$ .

### 4.5.3. Calcul des actions de coupe

Le torseur d'action élémentaire appliqué dans le repère  $\mathcal{R}_4$  sur chaque élément de longueur de l'arête de coupe est de la forme :

$${}_{P_i} \left[ \tau_{i, Pi\grave{e}ce \rightarrow Outil} \right]_{\mathcal{R}_4} = {}_{P_i} \left[ \vec{\mathcal{R}}_{Pi\grave{e}ce \rightarrow Outil} \quad \vec{\mathcal{M}}_{P_i, Pi\grave{e}ce \rightarrow Outil} \right]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} F_{c_i, P_i} & 0 \\ F_{t_i, P_i} & 0 \\ F_{z_i, P_i} & 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (4.25)$$

Dans ce travail, on ne va s'intéresser qu'aux moments locaux générés par la cinématique et la géométrie de la plaquette. Les moment générés par le comportement du matériaux ne sont pas traités [Royer, 2012]. Les efforts de coupe et efforts tangentiels dans chaque zone génèrent des moments locaux dépendant de la position de chaque point par rapport à la pointe théorique de l'outil. Pour un outil à arête droite, le torseur global à la pointe de l'outil (partie linéaire de l'arête) dans le repère  $\mathcal{R}_4$ , est de la forme :

$${}_P \left[ \tau_{Pi\grave{e}ce \rightarrow Outil} \right]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n F_{c_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n F_{t_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n F_{z_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n -d_{2iz}(z).F_{t_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n d_{2iz}(z).F_{c_i, P_i} \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} F_{c4} \\ F_{c4} \\ F_{c4} \\ M_{x4} \\ M_{y4} \\ M_{z4} \end{bmatrix}_P, \overline{PP_i} : \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_{2iz} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (4.26)$$

Afin de comparer les résultats déterminés par modélisation analytique et les résultats expérimentaux, le torseur d'action doit être exprimé dans le repère initial de la plaquette (avant orientation). Après transport vers le repère initial  $\mathcal{R}_1$  de la plaquette, ce torseur prend la forme suivante :

$${}_P \left[ \tau_{Pi\grave{e}ce \rightarrow Outil} \right]_{\mathcal{R}_1} = \begin{bmatrix} F_{c1} \\ F_{t1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_s).F_{c4} + \sin(\lambda_s).\cos(\kappa_r).F_{t4} + \sin(\lambda_s).\sin(\kappa_r).F_{z4} \\ \sin(\kappa_r).F_{t4} - \cos(\kappa_r).F_{z4} \\ -\sin(\lambda_s).F_{c4} + \cos(\lambda_s).\cos(\kappa_r).F_{t4} + \cos(\lambda_s).\sin(\kappa_r).F_{z4} \\ \cos(\lambda_s).M_{x4} + \sin(\lambda_s).\cos(\kappa_r).M_{y4} \\ \sin(\kappa_r).M_{y4} \\ -\sin(\lambda_s).M_{x4} + \cos(\lambda_s).\cos(\kappa_r).M_{y4} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (4.27)$$

Le même travail a été développé dans le cas d'une plaquette ronde, le torseur d'actions global dans le repère  $\mathcal{R}_4$  représenté à la pointe théorique de l'outil est alors de la forme :

$${}_P [\tau_{Pièce \rightarrow Outil}]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n F_{c_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n F_{t_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n F_{z_i, P_i} \\ \sum_{i=1}^n (d_{1iy}(y) \cdot F_{z_i, P_i} \cdot \cos(\gamma_0) - d_{1iz}(y) \cdot F_{t_i, P_i}) \\ \sum_{i=1}^n (d_{1iz}(y) \cdot F_{c_i, P_i} - d_{1iy}(y) \cdot F_{z_i, P_i} \cdot \sin(\gamma_0)) \\ \sum_{i=1}^n (d_{1iy}(y) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot F_{t_i, P_i} - d_{1iy}(y) \cdot \cos(\gamma_0) \cdot F_{c_i, P_i}) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4} = {}_P \begin{bmatrix} F_{c4} \\ F_{c4} \\ F_{c4} \\ M_{x4} \\ M_{y4} \\ M_{z4} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4} . \quad (4.28)$$

$$\overrightarrow{PP_i} : \begin{bmatrix} 0 \\ d_{1iy}(y) \\ d_{1iz}(y) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4} . \quad (4.29)$$

Le transport du torseur d'action vers le repère  $\mathcal{R}_1$  donne :

$${}_P \begin{bmatrix} F_{c1} \\ F_{t1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} = {}_P \begin{bmatrix} \cos(\lambda_s) \cdot F_{c4} + \sin(\lambda_s) \cdot F_{z4} \\ F_{t4} \\ -\sin(\lambda_s) \cdot F_{c4} + \cos(\lambda_s) \cdot F_{z4} \\ \cos(\lambda_s) \cdot M_{x4} + \sin(\lambda_s) \cdot M_{z4} \\ M_{y4} \\ -\sin(\lambda_s) \cdot M_{x4} + \cos(\lambda_s) \cdot M_{z4} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} . \quad (4.30)$$

## 4.6. Validation expérimentale

Les résultats du modèle théorique développé dans ce travail sont comparés avec les résultats des essais expérimentaux de fraisage d'Albert *et al* [Albert, 2010] réalisés avec une plaquette carbure non revêtue à arête droite et un matériau 42CrMo4 [Hamann et al, 1996]. Les conditions de coupe testées sont présentées dans le Tableau 4-3.

Tableau 4-3. Conditions de coupe.

N° Essai	$a_p$	$f_z$	$V_c$
	$mm$	$mm.dent^{-1}$	$m.min^{-1}$
1	1	0,1	50
2	1	0,1	150
3	1	0,2	150
4	2	0,1	150

La Figure 4-22 présente le capteur 6 composantes utilisé pour la mesure des efforts de coupe et des moments dans la configuration expérimentale de l'étude d'Albert *et al* [Albert, 2010].

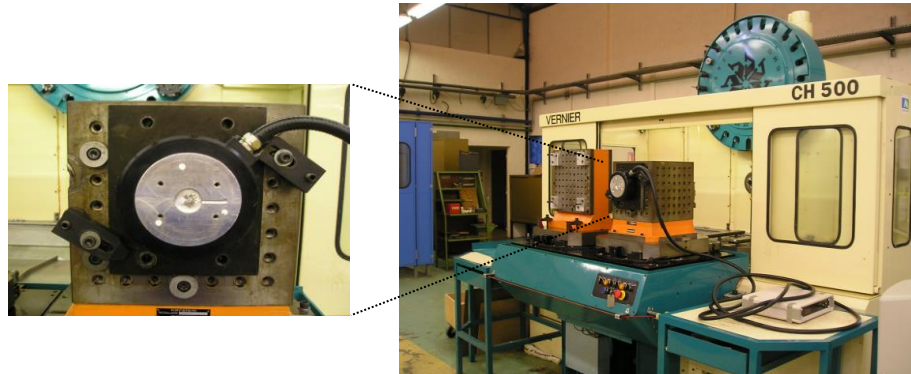


Figure 4-22. Platine d'effort 6 composantes montée sur la MOCN [Albert, 2010].

Pour un angle de direction d'arête  $\kappa_r$  de  $45^\circ$ , un angle de coupe  $\gamma_0$  de  $6^\circ$  et un angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  de  $6^\circ$ , les efforts de coupe expérimentaux et de simulation sont présentés sur la Figure 4-23.

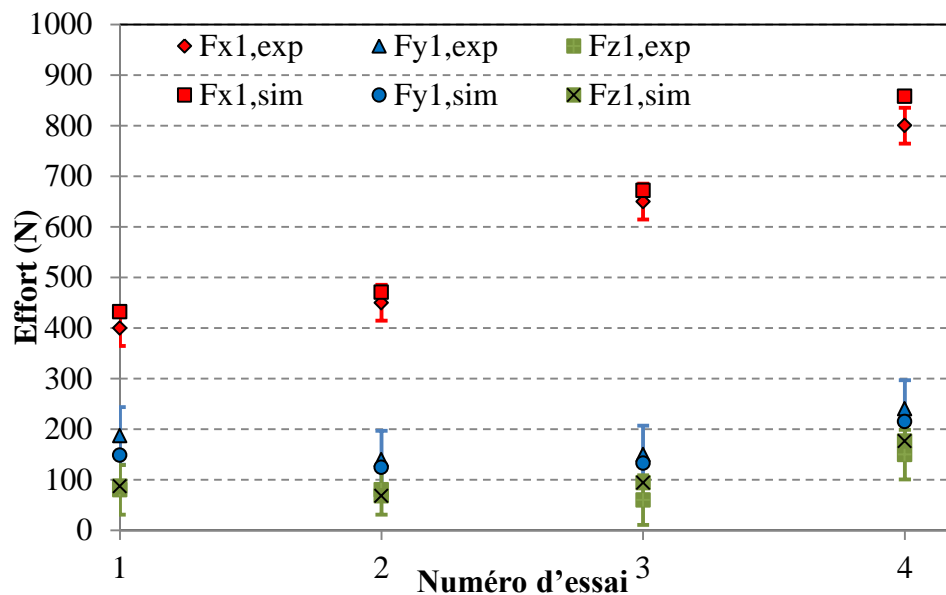


Figure 4-23. Comparaison des efforts analytiques et expérimentaux.

Les pourcentages d'erreurs entre les deux résultats sont récapitulés dans le Tableau 4-4.

Tableau 4-4. Pourcentage d'erreurs des efforts de coupe.

$\begin{matrix} \% \text{ d'erreur} \\ \text{Essais} \end{matrix}$	$F_{x1}$	$F_{y1}$	$F_{z1}$
1	8,02 %	-20,64 %	9,22 %
2	4,54 %	-11,05 %	-15,11 %
3	3,34 %	-11,40 %	57,24 %
4	7,22 %	-10,33 %	17,57 %

L'erreur entre les valeurs expérimentales et analytiques est calculée par l'équation (2.61).

La comparaison entre les résultats de la modélisation développée et les mesures expérimentales montre une bonne corrélation des efforts de coupe compte tenu du niveau de ceux-ci et la dispersion du moyen de mesure. Les incertitudes de mesure selon chaque composante sont données en annexe (Tableau A-3). Les écarts sur la composante  $F_{y1}$  d'effort sont plus grands que ceux de la composante  $F_{x1}$ ; cette différence montre qu'une description plus fine des phénomènes tribologiques réels au niveau de l'interface outil-matière est nécessaire.

La Figure 4-24 représente la composante du moment  $M_{z1}$  pour les quatre essais du Tableau 4-3.

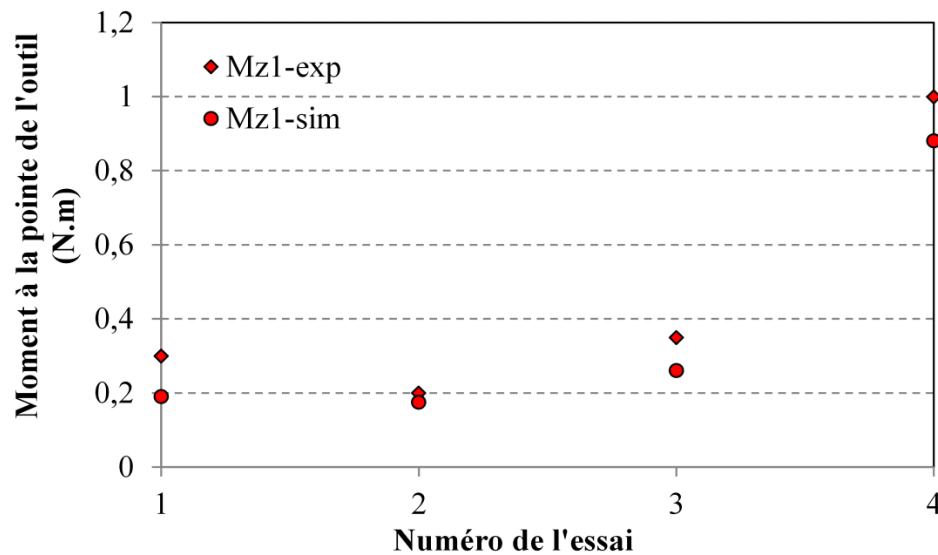


Figure 4-24. Comparaison du moment  $M_{z1}$  : analytique et expérimental.

Les erreurs entre les valeurs expérimentales et analytiques des deux composantes de moment  $M_{y1}$  et  $M_{z1}$  sont récapitulées dans le Tableau 4-5.

Tableau 4-5. Pourcentage d'erreurs des moments de coupe.

<b>% d'erreur</b>		
<b>Essais</b>	$M_{z1}$	$M_{y1}$
<b>1</b>	-36,67	-82,13
<b>2</b>	-12,5	-78,33
<b>3</b>	-25,71	-74,38
<b>4</b>	-12	-44,67

La comparaison entre les résultats de simulation et les essais expérimentaux montre une différence importante entre les deux approches. Cela est dû au fait que l'on ne tient compte que des moments créés par le gradient de vitesse générant la rotation du copeau, la rotation de la matière dans les zones de cisaillement [Laheurte, 2004] n'étant pas prise en compte.

D'autres études [**Toulouse, 1998a; Royer, 2012**] ont permis de déterminer de nouvelles lois de comportement capables de représenter ces phénomènes de rotation de la matière.

Les moments mesurés par cette modélisation présentent en moyenne une dizaine de pourcent de la puissance totale de coupe. Ce pourcentage représente l'apport des moments générés par la géométrie et la cinématique sur la puissance totale et ne considère pas les moments créés par la rotation de la matière dans les zones de coupe et les phénomènes tribologiques aux niveaux des interfaces outil-matière.

#### **4.7. Conclusion**

Ce travail présente une nouvelle approche de calcul des actions de coupe (efforts et moments) basée sur le calcul des déformations et des vitesses de déformation dans les principales zones de cisaillement. L'orientation de la plaquette dans l'espace crée de forts gradients de contraintes qui influent ainsi directement sur les efforts élémentaires de coupe.

Une variation importante des déformations et des vitesses de déformation est calculée entre les deux points extrêmes de l'arête générant une différence significative entre les champs de contrainte. Ces gradients génèrent un gradient d'efforts de coupe entre les éléments de volume (Figure 4-2) et cela est à l'origine de l'apparition d'un moment à la pointe de l'outil qui participe à la consommation de la puissance totale et la meilleure compréhension des phénomènes rencontrés en fraisage.





# *Conclusions et perspectives*

---



### *Conclusions*

La détermination des actions de coupe permet grâce à la connaissance de la cinématique de calculer la puissance totale consommée par la machine lors de l'opération d'usinage. Dans la littérature, les travaux qui s'intéressent au fraisage ne considèrent généralement pas le torseur global d'action pour le calcul de puissance et se limitent à l'effort de coupe en négligeant la puissance générée par l'avance de l'outil et l'orientation de la plaquette. Ce travail de thèse présente une étude semi-analytique 3D de la coupe d'un matériau monolithique dans le cas du fraisage, avec une fraise à plaquette rapportée, afin de déterminer le torseur d'action complet. Pour cela, trois parties ont été abordées :

- la mise en place d'un modèle de coupe orthogonale pour déterminer les actions élémentaires de coupe,
- une étude cinématique qui tient compte de l'orientation de la plaquette dans l'espace et de la position angulaire de l'outil durant une opération de fraisage,
- une étude volumique des champs de contraintes dans les zones de coupe générant des gradients d'actions de coupe, efforts et moment, le long de l'arête.

La première partie présente un modèle élémentaire de coupe orthogonale 2D. Les trois zones de cisaillement : primaire, secondaire et tertiaire ont été étudiées en déterminant pour chacune la déformation équivalente, la vitesse de déformation généralisée et la température moyenne. La trajectoire de chaque particule de matière a été représentée dans le but de déterminer le vecteur déplacement. La description de chaque zone a été basée sur les lignes de glissement et les déplacements ont été déterminés par la différence entre la position déformée et la position non déformée de la matière.

Dans la zone de cisaillement primaire, la modélisation a été basée sur les travaux d'Oxley [Oxley, 1961] et de Dargnat [Dargnat, 2006] en considérant un cisaillement uniforme le long du plan de cisaillement. Dans la zone de cisaillement secondaire, nous considérons que la matière suit une trajectoire curviligne pour mettre en évidence l'effet du frottement sur le déplacement de la matière. La vitesse de glissement croît linéairement au niveau de l'interface en partant d'une vitesse nulle jusqu'à atteindre la vitesse du copeau. La composante de vitesse perpendiculaire à la face de coupe décroît linéairement jusqu'à s'annuler à la sortie de cette zone.

Afin de déterminer la position du point de séparation de la matière sur le rayon d'acuité, une approche d'optimisation a été développée. Elle est basée sur l'équilibre de la densité de puissance de part et d'autre de ce point. La position du point de stagnation dépend de l'angle de coupe global de l'outil.

Par rapport aux modèles classiques, ce modèle tient compte du rayon d'acuité et les résultats obtenus sont très sensibles aux variations de ce paramètre. La comparaison des résultats issus de la simulation du modèle avec les données expérimentales montre une bonne compatibilité pour une large variation d'angles de coupe. Ce qui permet d'étendre le domaine de validité de ce modèle.

Dans la deuxième partie, le torseur cinématique a été déterminé en chaque point de l'arête de coupe et pour chaque orientation de la plaquette. Deux types de plaquette ont été étudiés: une plaquette à arête droite et une plaquette ronde. L'arête de la plaquette droite a été divisée en deux parties : une partie linéaire et une partie correspondant au rayon de bec. Pour chacune de ces zones, des points caractéristiques ont été définis et l'évolution de la vitesse de chaque point a été déterminée en fonction de la position angulaire de l'outil.

L'angle de direction d'arête  $\kappa_r$  génère un gradient de vitesse important le long de l'arête engendré par la variation du rayon ( $R_0$ ) et donc de la vitesse linéaire. L'angle d'inclinaison d'arête  $\lambda_s$  génère une composante de vitesse parallèle à l'arête de coupe participant au déplacement du copeau et donc à la création d'un surplus de déformation dans les différentes zones de cisaillement. Un nouveau plan de coupe orthogonal généré par les mouvements combinés de l'outil (rotation et avance) a été défini et la vitesse de coupe est la somme de deux composantes de vitesse. Cette modélisation a permis de tenir compte du mouvement d'avance dans le calcul d'effort. Cette étude cinématique a montré que l'orientation de la plaquette dans l'espace génère des gradients de vitesse et une cinématique différente du copeau participant à la consommation de la puissance totale de la coupe. Le gradient de vitesse de coupe (résultant de deux composantes de vitesse) déterminé par l'étude cinématique génère en conséquence un gradient de température le long de l'arête.

Une modélisation volumique 3D des champs de déformation et de vitesse de déformation a été traitée dans la troisième partie. Dans les deux zones de cisaillement, des variations linéaires des champs de vitesse ont été définies dans les trois dimensions. Les cartographies de déformation et de vitesse de déformation sont déterminées et l'effet de l'orientation de la plaquette sur le gradient de contrainte a été alors quantifié [Yousfi et al, 2015].

Pour les deux types de plaquette (ronde et à arête droite) l'arête de coupe est discrétisée afin de déterminer l'effet des gradients de vitesse générés le long de la longueur de contact outil-matière sur la répartition des actions mécaniques. Sur chaque longueur élémentaire de l'arête, les efforts élémentaires ont été calculés dans une configuration de coupe orthogonale. Les données de chaque modèle élémentaire ont été déterminées à partir de la modélisation cinématique des vitesses de coupe et de la modélisation volumique des champs de déformation et vitesse de déformation. Dans cette étude, les moments

élémentaires générés par la rotation de la matière dans les zones de coupe et les phénomènes tribologiques à l'interface outil-copeau ne sont pas considérés et seuls les moments générés par la géométrie et la cinématique de la plaquette sont pris en compte.

Le torseur d'action global a été calculé à la pointe de l'outil dans le repère initial lié à la plaquette (avant orientation) pour pouvoir comparer les résultats de la simulation avec les résultats expérimentaux. Les moments de coupe mesurés expérimentalement par les travaux effectués au laboratoire [**Cahuc, 2005**] peuvent participer à hauteur de 40% de la puissance totale de coupe dans le cas de tournage et atteindre 60% dans le cas de fraisage. La participation des moments générés par les gradients de vitesse et l'orientation de plaquette (développé dans ce travail) ne dépasse pas une dizaine de pourcent.

### *Perspectives*

Depuis des années, le modèle de coupe orthogonale a été souvent utilisé pour modéliser la coupe des matériaux. Pour pouvoir tenir compte des variations cinématiques engendrant des interactions entre les éléments de volume le long de l'arête de coupe, de nouvelles modélisations 3D doivent être créées.

La modélisation 3D des zones de cisaillement primaire et secondaire, présentée dans le chapitre 4 de ce manuscrit, permet en partant des champs de vitesses, de tenir compte des conditions aux limites de chaque zone et de la distribution volumique de ces vitesses afin d'obtenir les déformations et les contraintes. Afin de compléter l'étude, une modélisation similaire doit être faite sur la zone de cisaillement tertiaire pour déterminer la cartographie des déformations le long du rayon d'acuité. Cette zone peut être divisée en deux parties de part et d'autre du point de stagnation, et pour chacune, les champs de vitesses seront définis avec les conditions aux limites appropriées.

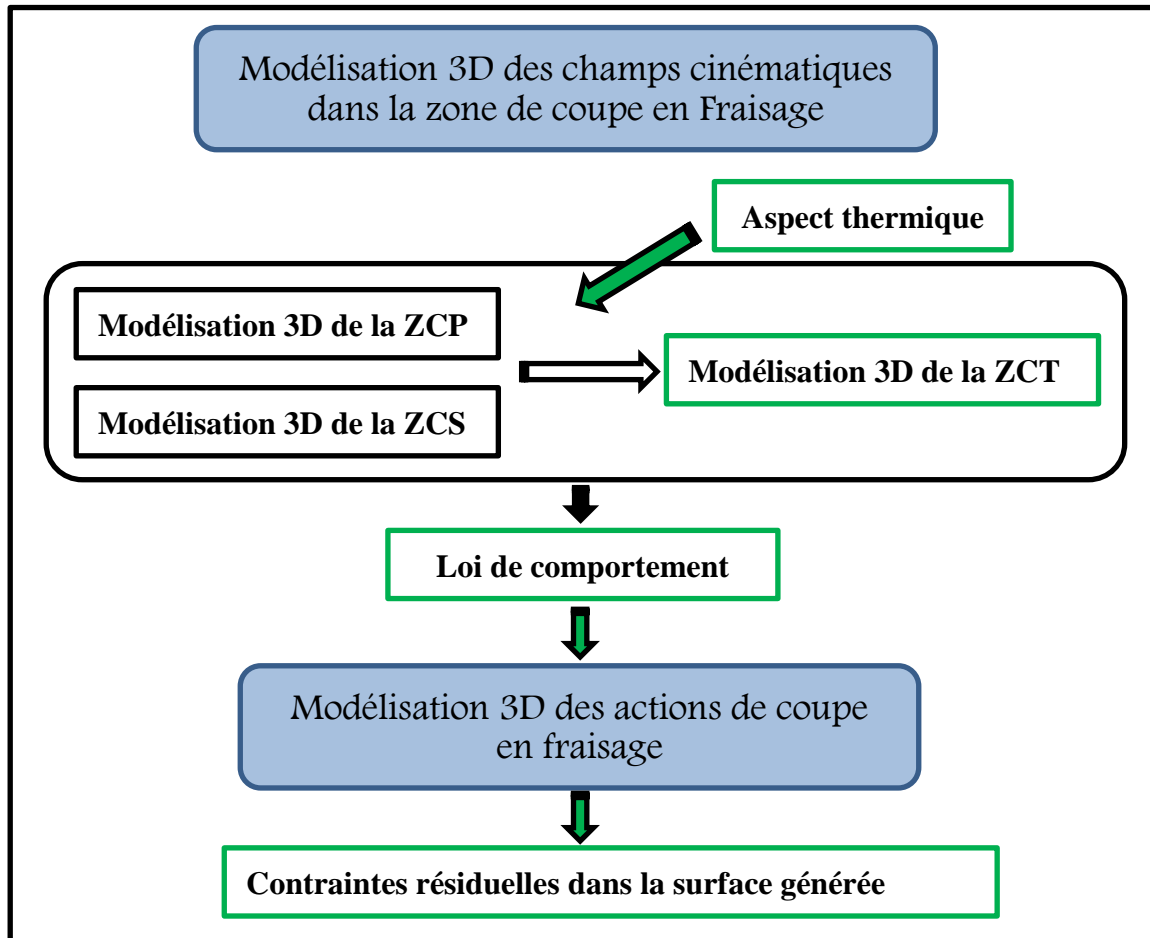
La modélisation 3D dans la zone de cisaillement tertiaire permettra la détermination de la cartographie de la déformation et de la vitesse de déformation le long du rayon d'acuité. Cette modélisation permettrait la détermination de contraintes résiduelles générées à l'interface de la pièce à partir du champ de déformation au niveau de la pièce zone déformée plastiquement au-dessous du rayon d'acuité.

Après avoir modélisé les trois zones de cisaillement en 3D, la suite du travail consisterait à intégrer la thermique dans cette dernière approche. La température sera déterminée en chaque point de la zone de cisaillement en partant des déformations et des vitesses de déformation calculées. Des essais expérimentaux peuvent être envisagés pour déterminer les températures à déformations imposées. Les données de ces essais sont les déformations et les vitesses de déformation déterminées par la modélisation volumique (chapitre 4). Pour la zone de cisaillement primaire les essais seront faits à température ambiante. La température trouvée sera celle imposée pour les essais correspondant à la zone

de cisaillement secondaire. Cette étude permet d'obtenir un modèle 3D complet et qui décrit finement la géométrie et la physique.

Pour pouvoir calculer la totalité des moments générés lors de la coupe, il faudra développer une nouvelle loi de comportement qui tiendrait compte de la rotation de la matière dans les zones de cisaillement et du frottement de la matière avec l'outil. Ce comportement de la matière génère des moments de coupe non négligeables participant au calcul de la puissance totale [Cahuc, 2005].

La Figure 2 représente les perspectives envisagées par rapport au travail effectué.



## *Références bibliographiques*

- [Albert, 2010] G. Albert, " Identification et modélisation du torseur des actions de coupe en fraisage." Thèse Université Bordeaux 1, N° d'ordre : 4152, 2010.
- [Albert et al, 2011] G. Albert, L. Raynald, J. Y. K'nevez, P. Darnis et O. Cahuc, " Experimental milling moment model in orthogonal cutting condition: to an accurate energy balance." The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. **55**, pp. 843-854, 2011.
- [Altintas et al, 2014] Y. Altintas, P. Kersting, D. Biermann, E. Budak, B. Denkena et I. Lazoglu, " Virtual process systems for part machining operations." CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. **63**, N° 2, pp. 585-605, 2014.
- [Armarego et al, 1999] E. J. A. Armarego et P. Samaranayake, " Performance prediction models for turning with rounded corner plane faced lathe tools. i. theoretical development." Machining Science and Technology, Vol. **3**, pp. 143-172, 1999.
- [Ayed, 2013] Y. Ayed, " Approches expérimentales et numériques de l'usinage assisté jet d'eau haute pression : étude des mécanismes d'usure et contribution à la modélisation multi-physiques de la coupe." Thèse ENSAM, N° d'ordre : 2013-ENAM-0056., 2013.
- [Bacaria, 2001] J. L. Bacaria, " Un modèle comportemental et transitoire pour la coupe des métaux, thèse Institut National Polytechnique de Toulouse." 2001.
- [Bahi, 2010] S. Bahi, " Modélisation hybride du frottement local à l'interface outil-copeau en usinage des alliages métalliques." Thèse ENSAM, N° d'ordre : 2010-ENAM-0041, 2010.
- [Barge, 2005] M. Barge, " Etude expérimentale et numérique des mécanismes de coupe par abrasion, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon." 2005.
- [Barge et al, 2005] M. Barge, H. Hamdi, J. Rech et J. M. Bergheau, " Numerical modelling of orthogonal cutting: influence of numerical parameters." Journal of Materials Processing Technology, Vol. **164-165**, pp. 1148-1153, 2005.
- [Bissey, 2005] S. Bissey, " Développement d'un modèle d'efforts de coupe applicable à des familles d'outils : cas du fraisage des aciers traités thermiquement." Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers., 2005.



- [Boothroyd, 1963]** G. Boothroyd, " Temperatures in orthogonal metal cutting." Proceedings of the Institution of the Mechanical Engineers, Vol. **177**, pp. 789-802, 1963.
- [Bourdet, 1977]** P. Bourdet, " La coupe des métaux." Ed., 1977.
- [Cahuc, 2005]** O. Cahuc, " De l'importance d'analyser la Mécanique de la coupe autrement." HDR Université de Bordeaux1, N° d'ordre : 335, 2005.
- [Cahuc et al, 2001]** O. Cahuc, P. Darnis, A. Gérard et J.-L. Battaglia, " Experimental and Analytical Balance Sheet in Turning Applications." The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. **18**, pp. 648-656, 2001.
- [Calamaz, 2008]** M. Calamaz, " Approche expérimentale et numérique de l'usinage à sec de l'alliage aeronautique Ti6V." Thèse Université Bordeaux 1, N° d'ordre : 3605, 2008.
- [Carroll et al, 1988]** J. Carroll et J. Strenkowski, " finite element models of orthogonal cutting with application to single point diamond turning." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **12**, pp. 899-920, 1988.
- [Changeux, 2001]** B. Changeux, " Loi de comportement pour l'usinage. Localisation de la déformation et aspects microstructuraux." Thèse ENSAM, N° d'ordre 2001ENAM0012, 2001.
- [Cleary, 1998]** P. W. Cleary, " Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods." Minerals Engineering, Vol. **11**, pp. 1061-1080, 1998.
- [Cundall et al, 1979]** P. A. Cundall et O. D. L. Strack, " A discrete numerical model for granular assemblies." Geotechnique, Vol. **29**, pp. 47-65, 1979.
- [Dargnat, 2006]** F. Dargnat, " Modélisation semi-analytique par approche énergétique du procédé de perçage de matériaux monolithiques." Thèse Université de Bordeaux 1, N° d'ordre : 3216, 2006.
- [Donea et al, 1982]** J. Donea, S. Giuliani et J. P. Halleux, " An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. **33**, pp. 689-723, 1982.
- [Engin, 2001]** S. Engin, " Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part II: inserted cutters." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. **41**, N° 15, pp. 2213-2231, 2001.

- [Fillot et al, 2007]** N. Fillot, I. Iordanoff et Y. Berthier, " Modelling third body flows with a discrete element method—a tool for understanding wear with adhesive particles." Tribology International Vol. **40**, pp. 973-981, 2007.
- [Fontaine, 2004]** M. Fontaine, " Modélisation thermomécanique du fraisage de forme et validation expérimentale." Thèse Université de Metz, N° d'ordre : 2004 0825, 2004.
- [Fourment et al, 1997]** L. Fourment, A. Oudin et E. Massoni, " Numerical simulation of tool wear in orthogonal cutting." 1er French and German conference on High speed machining, Metz, France, June, pp. 38-48, 1997.
- [Germain, 2011]** D. Germain, " Développement d'un modèle d'efforts de coupe intégrant le contact en dépouille : Application au tournage de super finition du cuivre Cu-c2." Thèse ENSAM, N° d'ordre : 2011-ENAM-0048, Arts et Métiers ParisTech - Centre de Cluny, 2011.
- [Germain, 2006]** G. Germain, " Contribution à l'optimisation du procédé d'usinage assisté laser." École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, ENSAM, CER d'Angers, 2006.
- [Ghosh et al, 1991]** S. Ghosh et N. Kikuchi, " An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for large deformation analysis of elastic-viscoplastic solids." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. **86**, pp. 127-188, 1991.
- [Gilormini, 1982]** P. Gilormini, " Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage des métaux." Thèse ENS des Mines Paris, 1982.
- [Hahn, 1951]** R. S. Hahn, " On the temperature developed at the shear plane in the metal cutting process." Proceedings of the First U. S. National Congress of Applied Mechanics,, pp. 661-666, 1951.
- [Hamann et al, 1996]** J. C. Hamann, V. Grolleau et F. L. Maître, " Machinability improvement of steels at high cutting speeds-study of tool/work material interaction." Annals of the CIRP, Vol. **45**, pp. 87-92, 1996.
- [Hill, 1954]** R. Hill, " The mechanics of machining : A new approach." Journal of Mechanics and Physics of Solids Vol. **3**, pp. 47-53, 1954.
- [Iliescu et al, 2010]** D. Iliescu, D. Gehin, I. Iordanoff, F. Girot et M. E. Gutiérrez, " A discrete element method for the simulation of CFRP cutting." Composites Science and Technology, Vol. **70**, pp. 73-80, 2010.

- [Johnson et al, 1983]** G. R. Johnson et W. H. Cook, " A constitutive model and data for metals subjected to large strain, high strain rates and high temperatures." Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, Vol. pp. 541–547, 1983.
- [Joliet et al, 2013]** R. Joliet, A. Byfut, P. Kersting, A. Schröder et A. Zabel, " Validation of a Heat Input Model for the Prediction of Thermomechanical Deformations during NC Milling." Procedia CIRP, Vol. 8, N° 0, pp. 403-408, 2013.
- [Kalala et al, 2008]** J. T. Kalala, M. Breetzke et M. H. Moys, " Study of the influence of liner wear on the load behaviour of an industrial dry tumbling mill using the Discrete Element Method (DEM)." International Journal of Mineral Processing, Vol. 86, pp. 33-39, 2008.
- [Kang et al, 2013]** Y. H. Kang et C. M. Zheng, " Mathematical modelling of chip thickness in micro-end- milling: A Fourier modelling." Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, N° 6, pp. 4208-4223, 2013.
- [Kapoor et al, 1998]** S. G. Kapoor, R. E. Devor, R. Zhu, R. Gajjala, G. Parakkal et D. W. Smithey, " Development of mechanistic models for the prediction of machining performance : Modelbuilding methodology." Journal of Machining Science and Technology, Vol. 22, pp. 213-238, 1998.
- [Karagüzel et al, 2015]** U. Karagüzel, E. Uysal, E. Budak et M. Bakkal, " Analytical modeling of turn-milling process geometry, kinematics and mechanics." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 91, N° 0, pp. 24-33, 2015.
- [Kaymakci et al, 2012]** M. Kaymakci, Z. M. Kilic et Y. Altintas, " Unified cutting force model for turning, boring, drilling and milling operations." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 54–55, pp. 34-45, 2012.
- [Kim et al, 1998]** K. W. Kim, W. Y. Lee et H. C. Sin, " A finite-element analysis of machining with the tool edge considered." Journal of Materials Processing Technology, Vol. 86, pp. 45-55, 1998.
- [Kim et al, 1996]** K. W. Kim et H. C. Sins, " Development of a thermo-viscoplastic cutting model using finite element method." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 36, pp. 379-397, 1996.
- [Kline et al, 1982]** W. A. Kline, R. E. Devor et J. R. Lindberg, " The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts." International Journal of Machine Tool Design and Research, Vol. 22, pp. 7-22, 1982.
- [Komanduri et al, 2001]** R. Komanduri et Z. B. Hou, " Thermal modeling of the metal cutting process — Part III: temperature rise distribution due to the combined effects of

- shear plane heat source and the tool–chip interface frictional heat source." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **43**, N° 1, pp. 89-107, 2001.
- [Komvopoulos et al, 1991]** K. Komvopoulos et S. A. Erpenbeck, " Finite element modeling of orthogonal metal cutting." Journal of Engineering for Industry, Vol. **113**, pp. 253-267, 1991.
- [Laheurte, 2004]** R. Laheurte, " Application de la théorie du second gradient à la coupe des métaux ", Thèse université de Bordeaux 1, N° d'ordre : 2935, 2004.
- [Laporte, 2005]** S. Laporte, " Endommagement des outils revêtus en usinage multimatériaux : modélisation et analyse des phénomènes physiques, optimisation des revêtements d'outils." Thèse Université Bordeaux 1, N° d'ordre : 3088, 2005.
- [Larue et al, 2005]** A. Larue et Y. Altintas, " Simulation of flank milling processes." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. **45**, N° 4–5, pp. 549-559, 2005.
- [Lee et al, 1951]** E. H. Lee et B. W. Shaffer, " The theory of plasticity applied to the problem of machining." Journal of Applied Mechanics, Vol. **18**, pp. 405-413, 1951.
- [Lesourd et al, 1995]** B. Lesourd et T. Thomas. "L'usinage assisté par laser". Mécanique Industrielle et Matériaux, Vol. **48**, pp. 22-24, 1995.
- [Li et al, 2001]** H. Z. Li, K. Liu et X. P. Li, " A new method for determining the undeformed chip thickness in milling." Journal of Materials Processing Technology, Vol. **113**, N° 1–3, pp. 378-384, 2001.
- [Lin et al, 1993a]** Z. C. Lin et W. C. Pan, " A thermoelastic-plastic large deformation model for orthogonal cutting with tool flank wear-Part I: Computational procedures." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **35**, pp. 829-840, 1993a.
- [Lin et al, 1993b]** Z. C. Lin et W. C. Pan, " A thermoelastic-plastic large deformation model for orthogonal cutting with tool flank wear--Part II: Machining application." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **35**, pp. 841-850, 1993b.
- [Liu, 2014]** C. Liu, " Modelling and Simulation of Laser Assisted Milling Process of Titanium Alloy." 5th Machining Innovations Conference (MIC 2014), N. P. T. i. A. Industry, pp. 134-139, 2014.
- [Liu et al, 1991]** W. K. Liu, J. S. Chen, T. Belytschko et Y. F. Zhang, " Adaptive ALE finite elements with particular reference to external work rate on frictional interface." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. **93**, pp. 189-216, 1991.

- [**Marinov, 2001**] V. R. Marinov, " Hybrid analytical / numerical solution for the shear angle in orthogonal metal cutting ; part i: Theoretical foundation." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. pp. 399-414, 2001.
- [**Martellotti, 1941**] M. E. Martellotti, " An Analysis of the Milling Process." Transactions of ASME, Vol. **63**, pp. 1941.
- [**Martellotti, 1945**] M. E. Martellotti, " An Analysis of the Milling Process. Part II: Down Milling." Transactions of ASME, Vol. **67**, pp. 1945.
- [**Marusich et al, 2004a**] T. D. Marusich et E. Askari, " Modeling Residual Stress and Workpiece Quality in Machined Surfaces." N° <http://www.thirdwavesys.com/tech/residualstress.pdf>, pp. 2004a.
- [**Marusich et al, 2004b**] T. D. Marusich et M. Ortiz, " Modelling and Simulation of High-Speed Machining, Int. J. Num. meth. Eng." <http://www.thirdwavesys.com/tech/hsm.pdf>, Vol. pp. 2004b.
- [**Maurel-Pantel et al, 2012**] A. Maurel-Pantel, M. Fontaine, S. Thibaud et J. C. Gelin, " 3D FEM simulations of shoulder milling operations on a 304L stainless steel." Simulation Modelling Practice and Theory, Vol. **22**, N° 22, pp. 13-27, 2012.
- [**Merchant, 1945**] M. E. Merchant, " Mechanics of the Metal Cutting Process. I. Orthogonal Cutting and a Type 2 Chip." Journal of Applied Physics, Vol. **16**, pp. 267-275, 1945.
- [**Mora et al, 1994**] P. Mora et D. Place, " Simulation of the frictional stick-slip instability." Pure and applied geophysics, Vol. **143**, pp. 61-87, 1994.
- [**Moufki et al, 2004a**] A. Moufki, A. Devillez, D. Dudzinski et A. Molinari, " Thermomechanical modelling of oblique cutting and experimental validation." International Journal of Machine Tool and Manufacture, Vol. **44**, pp. 971-989, 2004a.
- [**Moufki et al, 2004b**] A. Moufki, A. Devillez, D. Dudzinski et A. Molinari, " Thermomechanical modelling of oblique cutting and experimental validation." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. **44**, N° 9, pp. 971-989, 2004b.
- [**Nasr et al, 2007**] M. Nasr, E. Ng et M. A. Elbestawi, " Modelling the effects of tool-edge radius on residual stresses when orthogonal cutting AISI 316L." International Journal of Machine Tool and Manufacture, Vol. **47**, pp. 401-411, 2007.
- [**NF-E-66-502**] Nf-E-66-502. "Grandeur de base pour la coupe et la rectification, Paris, AFNOR, 1993.", Vol., pp.,

- [NF-ISO-3002-1, 1993]** Nf-Iso-3002-1. "Grandeurs de base pour la coupe et la rectification - Partie 1 : géométrie de la partie active des outils coupants - Notions générales, système de référence, angles de l'outil et angles en travail , brise-copeaux.", Vol., pp., 1993.
- [Nouari, 2000]** M. Nouari, " Modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe en usinage à grande vitesse ", Thèse Université de Metz, N° d'ordre : 00139., 2000.
- [Nouari et al, 2007]** M. Nouari et I. Iordanoff, " Effect of the third body particles on the tool-chip contact and tool wear behaviour during dry cutting of aeronautical titanium alloys." Tribology International, Vol. **40**, pp. 1351-1359, 2007.
- [Oxley, 1961]** P. L. B. Oxley, " Mechanics of metal cutting." international journal of machine tool design research, Vol. **1**, pp. 89-97, 1961.
- [Oxley, 1988]** P. L. B. Oxley, " Modelling machining processes with a view to their optimization and to the adaptive control of metal cutting machine tools." Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. pp. 103-119, 1988.
- [Pantalé et al, 2004]** O. Pantalé, J. L. Bacaria, O. Dalverny, R. Rakotomalala et S. Caperaa, " 2D and 3D numerical models of metal cutting with damage effects." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. **193**, pp. 4383-4399, 2004.
- [Passeron, 1998]** A. Passeron, " Tournage." Technique de l'ingénieur, BM 7086, Ed., 1998.
- [Puigsegur, 2002]** L. Puigsegur, " Caractérisation thermique d'un procédé d'usinage par tournage – approche analytique et par identification de systèmes non entiers." Thèse Université Bordeaux 1, N° d'ordre : 2543, 2002.
- [Ros et al, 2007]** P. a. R. Ros, P. a. F. Martins et A. G. Atkins, " Revisiting the fundamentals of metal cutting by means of finite elements and ductile fracture mechanics." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. **47**, pp. 607-617, 2007.
- [Royer, 2012]** R. Royer, " Finite strain gradient plasticity theory for machining simulation ", Thèse Université de Bordeaux, N° d'ordre : 4640, 2012.
- [Saï et al, 2008]** L. Saï, W. Bouzid et A. Zghal, " Chip thickness analysis for different tool motions: for adaptive feed rate." Journal of Materials Processing Technology, Vol. **204**, N° 1–3, pp. 213-220, 2008.
- [said, 2012]** M. B. Said, " Analyse des mécanismes de coupe en fraisage avec fraises à bout sphériques." Thèse École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, N° d'ordre : 2012-90, 2012.

- [**SANDVIK-COROMANT, 2001**] Sandvik-Coromant. "Fraisage - Principes ".T. d. l'ingénieur, Vol., pp. 3-21, 2001.
- [**Shih, 1995**] A. J. Shih, " Finite element analysis of the rake angle effects in orthogonal metal cutting." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **38**, pp. 1-17, 1995.
- [**Shih, 1996**] A. J. Shih, " Finite element analysis of orthogonal metal cutting mechanics." International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. **36**, pp. 255-273, 1996.
- [**Soldani, 2008**] X. Soldani, " Modélisation analytique de l'usinage à grande vitesse et étude de l'usure en cratère-application au tournage." Thèse Université Paul Verlaine - Metz, N° d'ordre : 7554, 2008.
- [**Spiewak, 1995**] S. Spiewak, " An Improved Model of the Chip Thickness in Milling." CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. **44**, N° 1, pp. 39-42, 1995.
- [**Stabler, 1951**] G. V. Stabler, " The fundamental geometry of cutting tools." Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering, Vol. **165**, pp. 14-21, 1951.
- [**Su et al, 2011**] O. Su et N. A. Akcin, " Numerical simulation of rock cutting using the discrete element method." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. **48**, pp. 434-442, 2011.
- [**Takeyama, 1960**] H. Takeyama, " A Photoelastic Analysis of Machining Stresses." Journal of Engineering for Industry, Vol. pp. 303-307, 1960.
- [**Tan et al, 2009**] Y. Tan, D. Yang et Y. Sheng, " Discrete element method (DEM) modeling of fracture and damage in the machining process of polycrystalline SiC." Journal of the European Ceramic Society, Vol. **29**, pp. 1029-1037, 2009.
- [**Tay, 1976**] A. a. O. Tay, " A numerical method for calculating temperature distributions in machining, from force and shear angle measurements." International Journal of Machine Tool Design and Research, Vol. **16**, pp. 335-349, 1976.
- [**Tay, 1980**] A. a. O. Tay, " A numerical method for calculating temperature distributions in metal working processes." International Journal of Mechanical Sciences, Vol. **22**, pp. 41-57, 1980.
- [**Tay, 1991**] A. a. O. Tay, " The importance of allowing for the variation of thermal properties in the numerical computation of temperature distribution in machining." Journal of Materials Processing Technology, Vol. **28**, pp. 49-58, 1991.
- [**Tay, 1993**] A. a. O. Tay, " A review of methods of calculating machining temperature." Journal of Materials Processing Technology, Vol. **36**, pp. 225-257, 1993.

- [**Tay et al, 1992**] A. a. O. Tay et K. H. Lee, " Calculation of temperature distributions in machining using a hybrid finite-element-boundary-element method." *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. **29**, pp. 47-62, 1992.
- [**Toulouse, 1998a**] D. Toulouse, " Contribution à la modélisation et à la métrologie de la coupe dans le cas d'un usinage tridimensionnel." thèse université de Bordeaux1, N° D'ordre : 1925, 1998a.
- [**Toulouse, 1998b**] D. Toulouse, " Contribution à la modélisation et à la métrologie de la coupe dans le cas d'un usinage tridimensionnel ", Université de Bordeaux 1, 1998b.
- [**Wang et al, 1995**] J. Wang et P. Mathew, " Development of a general tool model for turning operations based on a variable flow stress theory." *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. **35**, pp. 71-90, 1995.
- [**Yang et al, 1990**] M. Yang et H. Park, " The prediction of cutting force in ball-end milling." *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. **31**, N° 1, pp. 45-54, 1990.
- [**Yen et al, 2004**] Y. C. Yen, A. Jain et T. Altan, " A finite element analysis of orthogonal machining using different tool edge geometries." *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. **146**, pp. 72-81, 2004.
- [**Yousfi et al, 2015**] W. Yousfi, P. Darnis, O. Cahuc, R. Laheurte et M. Calamaz, " 3D modeling of strain fields and strain rate in the cutting area : application to milling." *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. **81**, pp. 1-12, 2015.
- [**Yousfi et al, 2014**] W. Yousfi, R. Laheurte, P. Darnis, M. Calamaz et O. Cahuc, " 3D Kinematic fields studies in milling." *Proceedings in Manufacturing Systems*, ISSN 2067-9238 Vol. **9**, N° 1, pp. 163-168, 2014.
- [**Zemzemi, 2007**] F. Zemzemi, " Caractérisation de modèle de frottement aux interfaces pièce-outil-copeau en usinage application au cas de l'usinage des aciers et de l'inconel 718." thèse Ecole Centrale de Lyon, N° d'ordre : 2007-33, 2007.
- [**Zorev, 1963**] N. N. Zorev. "Inter relationship between shear processes occurring along tool face and on shear plane in metal cutting". *International Research in Production Engineering*, Vol., pp. 42-49, 1963.





# *Annexes*

---



## Annexe chapitre II : Modélisation de l'usinage en configuration de coupe orthogonale

Les conditions de coupe des essais de rabotage en configuration de coupe orthogonale sont présentées dans le tableau A-1.

Tableau A- 1. Conditions de coupe des essais en configuration de coupe orthogonale.

Essais	$V_c$ ( $m.min^{-1}$ )	$f$ (mm)	$\gamma_0$ (°)	$\alpha$ (°)	$a_p$ (mm)
1	10,5	0,2	-21,21	18,98	2,5
2	10,5	0,3	-21,21	18,98	2,5
3	7	0,2	-21,21	18,98	2,5
4	7	0,3	-21,21	18,98	2,5
5	7	0,2	-10,95	15,2	2,5
6	7	0,3	-10,95	15,2	2,5
7	10,5	0,3	-10,95	15,2	2,5
8	7	0,2	4,17	10,4	2,5
9	7	0,3	4,17	10,4	2,5
10	10,5	0,2	4,17	10,4	2,5
11	10,5	0,3	4,17	10,4	2,5
12	10,5	0,2	18,13	6,98	2,5
13	10,5	0,3	18,13	6,98	2,5
14	7	0,2	18,13	6,98	2,5
15	7	0,3	18,13	6,98	2,5
16	7	0,2	29,15	3,81	2,5
17	7	0,3	29,15	3,81	2,5
18	10,5	0,2	29,15	3,81	2,5
19	10,5	0,3	29,15	3,81	2,5

Les paramètres de la loi de comportement de Johnson-Cook pour le 42cd4 sont donnés dans le Tableau A- 2 :

Tableau A- 2. Caractéristique mécanique du 42CrMo4 et paramètres de Johnson Cook [Hamann et al, 1996].

Dureté	260 Hv			
Module d'Young	210 GPa			
A	B	C	m	n
598	768	0,013	0,209	0,807

Tableau A- 3. Plages et incertitudes de mesure du dynamomètre [Albert, 2010]

Composantes	Par rapport au centre de la platine					
	<b>F<sub>x</sub></b>	<b>F<sub>y</sub></b>	<b>F<sub>z</sub></b>	<b>M<sub>x</sub></b>	<b>M<sub>y</sub></b>	<b>M<sub>z</sub></b>
Pleine échelle de mesure	2035 N	2054 N	4548 N	284 N.m	330 N.m	108 N.m
Erreur à pleine échelle de mesure	71,3 N	114,4 N	98,4 N	8,59 N.m	7,87 N.m	6,28 N.m
	3,50%	5,60%	2,20%	3,02%	2,39%	5,83%

~ **Les composantes de la déformation équivalente au-dessus du point de stagnation :**

La dérivation spatiale du vecteur déplacement au-dessus du point de stagnation :

$$\overrightarrow{U_h(x_a, y_a)} : \begin{bmatrix} 0 \\ y_a - \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \cdot \left( r_y + \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{y_a \cdot (r_x - x_a)} + (x_a \cdot \text{tg}(\phi)) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

donne l'expression des composantes de la déformation équivalente :

$$\varepsilon_{1h} = \frac{4}{3} \cdot \left( -\frac{\text{tg}(\phi)}{2} + \frac{\text{tg}(\phi) \cdot \left( r_y + \sqrt{2 \cdot r_x \cdot x_{ab} - r_x^2 + r_a^2 - x_{ab}^2} \right)}{y_a} + \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{2 \cdot (r_x - x_{ab})^2 \cdot y_a} + \frac{2 \cdot (x_{ab} - r_x) \cdot \left( r_y + \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{4 \cdot (r_x - x_{ab})^2 \cdot y_a \cdot \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2}} \right)^2 \quad (\text{A.2})$$

$$\varepsilon_{2h} = \frac{10}{27} \cdot \left( \frac{r_x \cdot y_a^2 - x_{ab} \cdot y_a^2 + \text{tg}(\phi) \cdot \left( \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^3 + \left( \text{tg}(\phi) \cdot r_y^2 \cdot \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right) + 2 \cdot \text{tg}(\phi) \cdot r_y \cdot \left( r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2 \right)}{(x_{ab} - r_x)^2 \cdot y_a^4} \right)^2. \quad (\text{A.3})$$

~ **Les composantes de la déformation équivalente au-dessous du point de stagnation :**

La dérivation spatiale du vecteur déplacement au-dessous du point de stagnation :

$$\overrightarrow{U_b(x_a, y_a)} : \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_a - r_x)^2} \right)^2 \cdot \text{tg}(\phi)}{y_a \cdot (x_a - r_x)} - (x_a \cdot \text{tg}(\phi)) - y_a \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

donne l'expression des composantes de la déformation équivalente :

$$\varepsilon_{1b} = \frac{4}{3} \cdot \left( \frac{tg(\phi)}{2} - \frac{tg(\phi) \cdot \left( r_y - \sqrt{2 \cdot r_x \cdot x_{ab} - r_x^2 + r_a^2 - x_{ab}^2} \right)}{y_a} + \frac{\sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2 \cdot tg(\phi)}{2 \cdot (r_x - x_{ab})^2 \cdot y_a} + \frac{2 \cdot (r_x - x_{ab}) \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2 \cdot tg(\phi)}{4 \cdot (r_x - x_{ab})^2 \cdot y_a \cdot \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2}} \right)^2 \quad (A.5)$$

$$\varepsilon_{2b} = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{2 \cdot tg(\phi) \cdot \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2}{3 \cdot (r_x - x_{ab}) \cdot y_a^2} - \frac{2}{3} \right)^2, \quad (A.6)$$

$$\varepsilon_{3b} = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{tg(\phi) \cdot \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \cdot \left( r_y - \sqrt{r_a^2 - (x_{ab} - r_x)^2} \right)^2}{3 \cdot (r_x - x_{ab}) \cdot y_a^2} - \frac{1}{3} \right)^2. \quad (A.7)$$

## Annexe chapitre III : Modélisation 3D des champs cinématiques dans la zone de coupe

### Torseur cinématique dans le repère $\mathcal{R}_1$

Le torseur cinématique au centre de l'outil  $O_0$  dans le repère  $\mathcal{R}_1$  est de la forme :

$${}_{O_0} \begin{bmatrix} v_{O_0 \in \text{Outil/pièce}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil/pièce})}} = -\omega \cdot \vec{z}_1 \\ \overrightarrow{V_{O_0 \in \text{Outil/pièce}}} = V_f \cdot \cos(\theta) \cdot \vec{x}_1 + V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \vec{y}_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1}. \quad (\text{A.8})$$

La formule de transport des vitesses permet d'exprimer la vitesse au point  $P$  à partir de celle au point  $O_0$ .

$${}_P \begin{bmatrix} v_{P \in \text{Outil/pièce}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil/pièce})}} = -\omega \cdot \vec{z}_1 \\ \overrightarrow{V_{P \in \text{Outil/pièce}}} = \overrightarrow{V_{O_0 \in \text{Outil/pièce}}} + \overrightarrow{PO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil/pièce})}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1}. \quad (\text{A.9})$$

Le torseur cinématique en  $P$  dans le repère  $\mathcal{R}_1$  est de la forme :

$${}_P \begin{bmatrix} v_{P \in \text{Outil/pièce}} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega \\ V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_1}. \quad (\text{A.10})$$

Le torseur cinématique en  $P_1$  dans le repère  $\mathcal{R}_1$  se détermine par :

$$V_{(P_1 \in \text{Outil/pièce})_{\mathcal{R}_1}} = \overrightarrow{V_{(P \in \text{Outil/pièce})_{\mathcal{R}_1}}} + \overrightarrow{P_1 P} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil/pièce})_{\mathcal{R}_1}}}, \quad (\text{A.11})$$

$$V_{(P_1 \in \text{Outil/pièce})_{\mathcal{R}_1}} = \begin{bmatrix} V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

$$\vec{V}_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_1}} = \begin{pmatrix} V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega + r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

La vitesse des points sur l'arête de coupe est égale à la vitesse au point  $P$ .

### Torseur cinématique dans le repère $\mathcal{R}_2$

Le torseur cinématique au point  $P$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  est obtenu par la rotation du torseur cinématique au même point dans le repère  $\mathcal{R}_1$ . La matrice du passage de  $\mathcal{R}_1$  vers  $\mathcal{R}_2$  en fonction de l'angle de direction d'arête est de la forme :

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = [B_{12}] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\kappa_r) & \cos(\kappa_r) \\ 0 & -\cos(\kappa_r) & \sin(\kappa_r) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

et le torseur cinématique en  $P$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  devient :

$${}_P \left[ v_{P \in \text{Outil} / \text{pièce}} \right]_{\mathcal{R}_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\sin(\kappa_r) \cdot \omega \\ V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\kappa_r) \\ -V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_2}. \quad (\text{A.15})$$

Le torseur cinématique en  $P_1$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  se détermine en fonction de la vitesse au point  $P$  :

$$V_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}} = \overrightarrow{V_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}}} + \overrightarrow{P_1 P} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}}}, \quad (\text{A.16})$$

$$V_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}} = \begin{pmatrix} \left( V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \right) + \left( \omega \cdot r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \right) \cdot (\sin(\kappa_r) - \cos(\kappa_r)) \\ V_f \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \\ -V_f \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}. \quad (\text{A.17})$$

Le vecteur vitesse des points situés sur l'arête de coupe dépend de la position  $Z_{p2}(k)$ .



$$V_{(P_2(k) \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}} = \begin{pmatrix} V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\kappa_r) \\ -V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_\varepsilon - Z_{p2}(k) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\sin(\kappa_r) \cdot \omega \end{pmatrix}, \quad (\text{A.18})$$

$$V_{(P_2(k) \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_2}} = \begin{pmatrix} (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) - (r_\varepsilon + Z_{p2}(k)) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\kappa_r) \\ -V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}. \quad (\text{A.19})$$

### Torseur cinématique dans le repère $\mathcal{R}_3$

Le torseur cinématique au point  $P$  et  $P_2(k)$  dans le repère  $\mathcal{R}_3$  et le même que celui dans le repère  $\mathcal{R}_2$ .

La vitesse au point  $P_1$  est calculée en fonction de celle au point  $P$ . Ci-après les détails de calcul sont présentés.

$$V_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_3}} = \overrightarrow{V_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_3}}} + \overrightarrow{P_1 P} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(\text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_3}}}, \quad (\text{A.20})$$

$$V_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_3}} = \begin{pmatrix} V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega \\ V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\kappa_r) \\ -V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \cos(\gamma_0) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\sin(\kappa_r) \cdot \omega \end{pmatrix}, \quad (\text{A.21})$$

$$V_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_3}} = \begin{pmatrix} (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) + r_\varepsilon \cdot \omega \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot (\cos(\gamma_0) \cdot \sin(\kappa_r) - \cos(\kappa_r)) \\ (V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\kappa_r)) - r_\varepsilon \cdot \omega \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \sin(\kappa_r) \\ (-V_f \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\kappa_r)) + r_\varepsilon \cdot \omega \cdot \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\kappa_r) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}. \quad (\text{A.22})$$

### Torseur cinématique dans le repère $\mathcal{R}_4$

Le torseur cinématique au point  $P$  dans le repère  $\mathcal{R}_4$  est obtenu par la rotation du torseur cinématique au même point dans le repère  $\mathcal{R}_3$ . La matrice du passage de  $\mathcal{R}_3$  vers  $\mathcal{R}_4$  en fonction de l'angle d'inclinaison d'arête est de la forme :

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} = [B_{34}] \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_s) & 0 & -\sin(\lambda_s) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\lambda_s) & 0 & \cos(\lambda_s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.23})$$

Le torseur cinématique en  $P$  dans le repère  $\mathcal{R}_2$  est de la forme :

$${}_P [v_{P \in \text{Outil} / \text{Pièce}}]_{\mathcal{R}_4} = \begin{bmatrix} \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \\ \cos(\lambda_s) (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) + V_f \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \\ V_f \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \\ \sin(\lambda_s) (V_f \cdot \cos(\theta) - R_0 \cdot \omega) - V_f \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \sin(\theta) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_4}. \quad (\text{A.24})$$

La vitesse au point  $P_1$  est calculée en fonction de celle au point  $P$ .

$$\vec{V}_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \begin{pmatrix} -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \cos(\gamma_0) \\ -r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \sin(\kappa_r) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \omega \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\sin(\kappa_r) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \omega \end{pmatrix}, \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{(P_1 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} &= \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} \\ &+ \begin{pmatrix} \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \right) - \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega \right) \\ - \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \right) - \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \right) \\ \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sin(\gamma_0) \cdot \cos(\kappa_r) \cdot \omega \right) + \left( r_\varepsilon \cdot \left( \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \cos(\gamma_0) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \sin(\kappa_r) \cdot \omega \right) \end{pmatrix}. \end{pmatrix} \quad (\text{A.26})$$

Pour la détermination des composantes de vitesse de chaque point situé sur la zone 2 (Figure 3-1) de l'arête de coupe, l'expression du transport des vitesses est définie en partant de la vitesse au point  $P$ .

$$\vec{V}_{(P_2 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_\varepsilon - Z_{p2}(k) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \sin(\kappa_r) \cdot \sin(\lambda_s) \cdot \omega \\ -\cos(\kappa_r) \cdot \omega \\ -\sin(\kappa_r) \cdot \cos(\lambda_s) \cdot \omega \end{pmatrix}, \quad (\text{A.27})$$

$$\vec{V}_{(P_2 \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} = \vec{V}_{(P \in \text{Outil} / \text{pièce})_{\mathcal{R}_4}} + \begin{pmatrix} -(r_\varepsilon + Z_{p_2}(k)).\cos(\kappa_r).\omega \\ -(r_\varepsilon + Z_{p_2}(k)).\sin(\lambda_s).\sin(\kappa_r).\omega \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.28})$$

## Annexe chapitre IV : Modélisation 3D des actions de la coupe

### Zone de cisaillement primaire :

L'expression de la vitesse normale au plan de cisaillement primaire est déterminée par :

$$V_N(y_\varphi = l) = \frac{dV_N}{a_p} \cdot z_\varphi + V_{N,P_{2inf}}; V_N(z_\varphi = a_p) = V_{N,P_{2sup}}(y_\varphi); V_N(z_\varphi = 0) = V_{N,P_{2inf}}(y_\varphi), \quad (A.29)$$

$$V_N(z_\varphi = a_p) = \frac{V_{N,P_{2sup}}}{l} \cdot y_\varphi; V_N(z_\varphi = 0) = \frac{V_{N,P_{2inf}}}{l} \cdot y_\varphi, \quad (A.30)$$

$$V_N(\mathcal{R}_\varphi) = \frac{\frac{dV_N}{a_p} \cdot z_\varphi + V_{N,P_{2inf}}}{l} y_\varphi = \frac{dV_N}{a_p \cdot l} \cdot z_\varphi \cdot y_\varphi + \frac{V_{N,P_{2inf}}}{l} \cdot y_\varphi. \quad (A.31)$$

L'expression de la vitesse de glissement est déterminée par :

$$V_s(x_\varphi = h_{moy}) = \frac{dV_s}{a_p} \cdot z_\varphi + V_{s,P_{2inf}}, \quad (A.32)$$

$$V_{s,P_{2sup}}(z_\varphi = a_p) = \frac{V_{s,P_{2sup}}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi; V_{s,P_{2inf}}(z_\varphi = 0) = \frac{V_{s,P_{2inf}}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi, \quad (A.33)$$

$$V_s(\mathcal{R}_\varphi) = \frac{\frac{dV_s}{a_p} \cdot z_\varphi + V_{s,P_{2inf}}}{h_{moy}} x_\varphi = \frac{dV_s}{a_p \cdot h_{moy}} \cdot z_\varphi \cdot x_\varphi + \frac{V_{s,P_{2inf}}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi. \quad (A.34)$$

L'expression de la vitesse parallèle à l'arête de coupe est déterminée par :

$$V_{z_\varphi}(y_\varphi = l) = \frac{V_z}{h_{moy}} \cdot x_\varphi; V_{z_\varphi}(y_\varphi = 0) = \frac{V_{gz}}{h_{moy}} x_\varphi, \quad (A.35)$$

$$V_{z_\varphi}(\mathcal{R}_\varphi) = \frac{(V_z - V_{gz})}{l \cdot h_{moy}} \cdot x_\varphi \cdot y_\varphi + \frac{V_{gz}}{h_{moy}} \cdot x_\varphi. \quad (A.36)$$

### Zone de cisaillement secondaire :

L'expression de la vitesse du copeau est déterminée par :

$$V_{x_c}(y_c = 0) = \frac{dV_{x_c}}{a_p} \cdot z_c + V_{x_c,P_{2inf}}(x_c); V_{x_c,P_{2inf}}(x_c) = \frac{V_{cop,P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c; dV_{x_c}(x_c) = \frac{dV_{cop}}{\Delta l_c} \cdot x_c, \quad (A.37)$$

$$V_{x_c}(y_c = 0) = \frac{dV_{cop}}{\Delta l_c \cdot a_p} \cdot x_c \cdot z_c + \frac{V_{cop,P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c, \quad (A.38)$$

$$V_{x_c(\vec{x}_c, \vec{z}_c)}(z_c) = \frac{dV_{cop}}{a_p} \cdot z_c + V_{cop, P_{2inf}}, \quad (A.39)$$

$$V_{x_c}(\mathcal{R}_c) = \frac{V_{x_c(\vec{x}_c, \vec{z}_c)}(z_c) - V_{x_c}(y_c = 0)}{\delta.t_2 \left(1 - \frac{x_c}{\Delta l_c}\right)} \cdot y_c + V_{x_c}(y_c = 0), \quad (A.40)$$

$$V_{x_c}(\mathcal{R}_c) = \frac{dV_{cop}}{a_p \cdot \delta.t_2} \cdot y_c \cdot z_c + \frac{dV_{cop}}{\Delta l_c \cdot a_p} \cdot x_c \cdot z_c + \frac{V_{cop, P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c + \frac{V_{cop, P_{2inf}}}{\delta.t_2} \cdot y_c. \quad (A.41)$$

L'expression de champs des déplacements porté par  $\vec{x}_c$  est déterminée par :

$$U_{x_c}(x_c, y_c, t) = \left( V_{x_c(\vec{x}_c, \vec{z}_c)}(z_c) - V_{x_c}(y_c = 0) \right) \cdot t, \quad (A.42)$$

$$U_{x_c}(x_c, z_c, t) = \left( -\frac{dV_{cop}}{\Delta l_c \cdot a_p} \cdot x_c \cdot z_c - \frac{V_{cop, P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c + \frac{dV_{cop}}{a_p} \cdot z_c + V_{cop, P_{2inf}} \right) \cdot t. \quad (A.43)$$

L'expression de la vitesse perpendiculaire à a face de coupe est déterminée par :

$$V_{y_c}(x_c = 0) = \frac{dV_y}{a_p} \cdot z_c + V_{y, P_{2inf}}, \quad (A.44)$$

$$V_{y_c}(\mathcal{R}_c) = V_y(x_c = 0) \cdot \left(1 - \frac{x_c}{\alpha.l_c}\right) = -\frac{dV_y}{a_p \cdot \Delta l_c} \cdot x_c \cdot z_c - \frac{V_{y, P_{2inf}}}{\Delta l_c} \cdot x_c + \frac{dV_y}{a_p} \cdot z_c + V_{y, P_{2inf}}. \quad (A.45)$$

L'expression de la vitesse parallèle à l'arête de coupe est déterminée par :

$$V_{z_c}(x_c = 0) = \frac{dV_{z_c}}{\delta.t_2} \cdot y_c + V_{gz}; V_{z_c}(x_c = \Delta.l_c) = V_{gz}, \quad (A.46)$$

$$V_{z_c}(\mathcal{R}_c) = -\frac{dV_{z_c}}{\delta.t_2 \cdot \Delta.l_c} \cdot y_c \cdot x_c + \frac{dV_{z_c}}{\delta.t_2} y_c + V_{gz}. \quad (A.47)$$



## **Titre : Modélisation thermomécanique 3D en fraisage**

**Résumé :** Cette thèse porte sur la modélisation thermomécanique 3D en configuration de fraisage. Afin de déterminer, pour chaque orientation de la plaquette et à chaque position angulaire de l'outil, le torseur d'action complet (efforts et moments) trois grandes parties ont été développées dans ce manuscrit.

En se basant sur les lignes de glissement dans les trois zones de coupe, un modèle de coupe orthogonale a été développé. Le rayon d'acuité est intégré dans la modélisation et les résultats du modèle sont sensibles à ce paramètre. Le modèle a été validé par une confrontation avec des essais de rabotage.

Pour deux types de plaquette, à arêtes droite et ronde, l'étude cinématique le long de l'arête de coupe a menée à la détermination du torseur cinématique instantanée en chaque point. Cette partie a permis de définir une nouvelle composante de vitesse de coupe dépendante de la position angulaire de l'outil. L'inclinaison de l'arête génère une vitesse parallèle à l'arête de coupe (perpendiculaire au plan de coupe en configuration orthogonale) qui participe au comportement cinématique de la matière dans les zones de cisaillement primaire et secondaire.

Une modélisation volumique 3D dans les deux zones de coupe primaire et secondaire a permis de définir la cartographie de déformation et de vitesse de déformation. Cette approche a été basée sur les données cinématiques et les conditions aux limites appropriées. Les gradients de contraintes et de vitesses trouvés sont à l'origine de l'apparition des moments de coupe.

**Mots clés :** fraisage, modélisation 3D, torseur cinématique, torseur d'action, moments de coupe.

## **Title : 3D thermomechanical modeling in milling**

**Abstract :** This thesis is focused on 3D thermomechanical modeling in milling configuration. In order to determine, for each insert orientation and each tool angular position, the complete actions torsor (forces and moments) three parts have been developed in this work.

Based on the slip lines in the three cutting areas, an orthogonal cutting model was developed. The tool edge radius is built in modeling and model results are sensitive to this parameter. The model was validated by comparison with experimental tests.

For two types of insert, with straight and round edge, the kinematic study along the cutting edge allowed to determine the instantaneous kinematic torsor at each point. This part has defined a new cutting velocity component dependent of tool angular position. The inclination of the edge generates a parallel velocity to the cutting edge (perpendicular to the cutting plane in orthogonal configuration) that participates in the kinematic behavior of the material in the primary and secondary shear zones.

A 3D solid modeling in the primary and secondary cutting zones helped to define the cartography of strain and strain rate. This approach was based on kinematic data and appropriate boundary conditions. The gradients of stresses and velocities are the source of the appearance of the cutting moments.

**Keywords :** milling, 3D modeling, kinematic torsor, action torsor, cutting moments.